

Т. А. АЛДАМУРАТОВА, Қ. С. БАЙШОЛАНОВА, Е. С. БАЙШОЛАНОВ

МАТЕМАТИКА

**Екі бөлімді
2-бөлім**

Жалпы білім беретін мектептің 6-сыныбына арналған оқулық

6

Қазақстан Республикасының Білім
және ғылым министрлігі ұсынған

А. Байтұрсынұлы атындағы Тіл білімі
институтының сарапшыларымен келісілді



Алматы «Атамұра» 2018

ӘОЖ 373.167.1
КБЖ 22. 1 я 72
А 40

Оқулық Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі бекіткен негізгі орта білім беру деңгейінің 5–6-сыныптарына арналған "Математика" пәнінің жаңартылған мазмұндағы Типтік оқу бағдарламасына сәйкес дайындалды.

Редакциясын басқарған
 физика-математика ғылымдарының докторы, профессор
Салтанбек Мұхамбетжанов

Қолданылған шартты белгілер:



– алдын ала даярлық тапсырмалар;



– тақырыпқа байланысты сұрақтар;



– тарихи мәліметтер;

A – бірінші деңгейдегі жаттығулар;

B – екінші деңгейдегі жаттығулар;

C – үшінші деңгейдегі жаттығулар;

көк түс – қайталауға арналған жаттығу;

* – қиынырақ есеп;

көк түсті қоршау – шығармашылық жаттығу;

° – тапқырлыққа есептер;

● – бірдей шартқа әртүрлі сұрақтар;

★ – АКТ – ақпараттық-коммуникациялық технологияны қолдануға арналған жаттығулар;

▲ – жауаптары;

□ ? – жаңа тақырыпты өз беттерімен зерттеп үйрену үшін берілетін тапсырмалар (сұрақтар);

||| – берілген тапсырмаларға (сұрақтарға) оқушылардан күтілетін жауаптар мен талдаулар, қорытындылар.

Алдамұратова Т. А., т.б.

А 40 Математика. Жалпы білім беретін мектептің 6-сыныбына арналған оқулық. Екі бөлімді /Т.А. Алдамұратова, Қ.С. Байшоланова. Е.С. Байшоланов. – Алматы: Атамұра, 2018. – 224 бет.

ISBN 978-601-331-146-3

2-бөлім – 2018.– 224 б.

ISBN 978-601-331-147-0

ISBN 978-601-331-147-0– (2-бөлім)

ISBN 978-601-331-146-3

© Алдамұратова Т.А.,

Байшоланова Қ.С.,

Байшоланов Е.С., 2018

© «Атамұра», 2018



1. Қай санды теңдік тура:

1) $2 \cdot (-5) = -10$;
2) $(17-9) \cdot 2 = 25$;

3) $(9+6) : 3 = 8$;
4) $(7+8) \cdot 2 = 14+16$?

2. Жұлдызшаның (*) орнына теңдік тура болатындай санды тауып қойыңдар:

1) $2 \cdot 3 + (*) = 6 + 5$;

2) $18 + (-*) = 9 \cdot 2 + (-3)$;

3) $(7+6) \cdot (-2) = 13 \cdot (-*)$;

4) $(5-8) \cdot (*) = -3 \cdot 9$;

5)
$$\begin{array}{r} 6 \cdot 2 = 12 \\ + 3 \cdot 5 = 15 \\ \hline \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{r} 21 : 7 = 3 \\ + 8 \cdot 4 = 32 \\ \hline \end{array}$$

$6 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = (*) + 15$;

$21 : 7 + 8 \cdot 4 = 3 + (*)$.

IV тарау. БІР АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР

4.1. Санды теңдіктер. Тура санды теңдіктердің қасиеттері

Санды теңдіктер 5-сынып математикасында қарастырылған болатын. Қысқаша еске түсірейік.

Өзара тең екі санды өрнектің теңдік «=» белгісімен жазылуы *санды теңдік* деп аталады.

Мысалы, санды теңдіктер: $25 = 25$; $9 \cdot (-5) + 2 = -43$;

$36 : (-2) + 7 = -11$.

Тура санды теңдіктердің қасиеттерін қарастырайық.

1. Егер $a = b$ және $b = c$ болса, онда $a = c$.

1-мысал. $9 \cdot 4 = 36$ және $36 = 18 \cdot 2$, онда $9 \cdot 4 = 18 \cdot 2$.

2. Тура санды теңдіктің екі жақ бөлігіне де бірдей санды қосқанда тура санды теңдік шығады.

Егер $a = b$ болса, онда $a + c = b + c$.

Мұндағы c – кез келген рационал сан.

2-мысал. 1) $8,4 + 3,6 = 12$.

$8,4 + 3,6 + (-3,6) = 12 + (-3,6)$,

$8,4 = 12 - 3,6$,

$8,4 = 8,4$.

2) $24 : 3 + (-6) = 2$.

$24 : 3 - 6 = 2$,

$24 : 3 - 6 + 6 = 2 + 6$,

$24 : 3 = 2 + 6$,

$8 = 8$.

Демек, тура санды теңдіктің бір жақ бөлігіндегі қосылғыштың таңбасын қарама-қарсы таңбаға өзгертіп, оны теңдіктің екінші жақ бөлігіне көшіруге болады.

А

764. Тура санды теңдіктерді таңдап алыңдар:

- 1) $6 + 3 = 1,8 \cdot 5$; 4) $\frac{2}{3} \cdot 6 - 1 = 4 + 1$;
 2) $2,8 - 9 = 3,4 \cdot 2$; 5) $\frac{1}{8} \cdot 8 + 7 = 2,4 : 0,3$;
 3) $0,9 \cdot 6 + 2 = 10 - 2,6$; 6) $1,6 + 4 = 0,8 \cdot 2 + 4$.

765. Берілген санды теңдіктің:

- 1) $7,2 + 1,8 = 9$; 3) $6 - 1,3 = 4,7$;
 2) $1,4 \cdot 5 = 7$; 4) $9 : 1,8 = 5$
 екі жақ бөлігіне де:
 а) 1,3; ә) -1,8; б) -11 сандарын қосыңдар.

766. Тура санды теңдіктерді мүшелеп қосуды орындаңдар:

- 1) $7 : 1,4 = 5$ және $0,6 \cdot 3 = 1,8$;
 2) $(-9) : 1,5 = -6$ және $4 = 3,2 : 0,8$;
 3) $0,8 \cdot (-7) = -5,6$ және $1,2 \cdot 5 = 6$;
 4) $3,2 \cdot 5 = 16$ және $9 : 6 = 1,5$.

767. Тура санды теңдіктің қасиетін пайдаланып,

- 1) $1,2 \cdot (-7) = -8,4$ теңдігінің екі жақ бөлігін де:
 а) -5-ке; ә) 3-ке; б) 0,5-ке көбейтіндер;
 2) $5,4 \cdot 2 = 10,8$ теңдігінің екі жақ бөлігін де:
 а) -3-ке; ә) 9-ға; б) 6-ға бөліндер.

768. Берілген екі санды теңдіктен бір санды теңдік құрастырыңдар:

- 1) $24 : 6 = 28 : 7$ және $28 : 7 = 60 : 15$;
 2) $9,5 : 1,9 = 2,4 : 0,48$ және $2,4 : 0,48 = 8,5 : 1,7$;
 3) $18,4 : 2,3 = 5,6 : 0,7$ және $5,6 : 0,7 = 11,2 : 1,4$.

В

769. Тура санды теңдік шарты орындалатындай етіп, жақшалар қойыңдар:

- 1) $2 - 8 \cdot 0,5 = 48 : (-16)$; 3) $9,6 : 1,2 = 5 \cdot 0,7 + 0,9$;
 2) $72 : 9 + 3 = 3,2 + 2,8$; 4) $9 \cdot 2 - 8 = 20 \cdot (-2,7)$.

770. Тура санды теңдіктерді мүшелеп қосуды орындаңдар:

- 1) $0,6 - 2 = -1,4$ және $2 + 1,8 = 3,8$;
 2) $1,7 + 6 = 7,7$ және $0,5 - 1,7 = 0,4 \cdot (-3)$;

3) $1,8 \cdot (-5) = (-2) \cdot 4,5$ және $(-5) \cdot 1,2 = (-2) \cdot 3$;

4) $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -0,15$ және $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -0,6$.

771. Тура санды теңдіктерді мүшелеп көбейтуді орындаңдар:

- 1) $3,8 - 5 = -1,2$ және $3 = 0,6 + 2,4$;
- 2) $-2 + 1,7 = -0,3$ және $4 = 1,4 + 2,6$;
- 3) $2 : 0,4 = 5$ және $18 = 9 : 0,5$;
- 4) $1,8 \cdot 5 = 9$ және $1,3 + 2,5 = 3,8$.

772^o. Семей және Өскемен қалаларының арасы масштабы 1:7500 000 картада 2,8 см. Осы қалалардың арасы масштабы 1 : 1500 000 картада неше сантиметр?

C

773. Тура санды теңдіктердің $a = b$, $b = c$, $a = c$ қасиетін пайдаланып, берілген өрнектерден үш тура санды теңдік құрастырыңдар:

- | | | |
|---------------------|--------------|-------------------|
| 1) $3^2 \cdot 8$; | 14,4 : 0,2; | 100 - 28; |
| 2) $15 \cdot 1,4$; | $2^3 + 13$; | 8,4 : 0,4; |
| 3) $2,5 \cdot 12$; | 4,5 : 0,15; | $8 \cdot 3 + 6$. |

774. Тура санды теңдіктерді мүшелеп қосуды орындаңдар:

- 1) $13 + (-3^3) = 7 \cdot (-2)$ және $2^3 - 13 = 6 : (-1,2)$;
- 2) $(-7)^2 - 30 = 4^2 + 3$ және $51 - 10^2 = (-4)^3 + 15$;
- 3) $(-2)^5 + (-4)^2 = 80 : (-5)$ және $84 : (-7) = (-5)^2 - 37$.

775. Сыйымдылықтары 9 л және 5 л ыдыстарды пайдаланып, өзеннен 2 л суды қалай өлшеп құйып алуға болады?

776. Тура санды теңдіктерді мүшелеп көбейтуді орындаңдар:

- 1) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$ және $8 = 1,6 \cdot 5$;
- 2) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ және $6 = 2,4 + 3,6$;
- 3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$ және $12 = \frac{4}{5} \cdot 15$;
- 4) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ және $6 = 1,2 \cdot 5$.

777*. Екі санның қатынасы 5 : 7 қатынасындай. Егер бірінші саннан 36-ны азайтсақ, осы сандардың қатынасы 2 : 7 қатынасындай болады. Осы сандарды табыңдар.

778. Есептеңдер:

$$\frac{\left(\frac{7}{15} - \frac{3}{40} - \frac{1}{24}\right) : 0,7}{\left(2,4 \cdot \frac{1}{3} - 3\right) \cdot \frac{5}{11}} \cdot \frac{1\frac{5}{6} : \left(\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{9} - \frac{5}{12} + 0,75\right) \cdot \frac{3}{7}}$$

Тақырыптың түйіні.

Санды теңдіктер. Тура санды теңдіктердің қасиеттері.

Санды теңдік дегеніміз өзара тең екі санды өрнектердің « \Rightarrow » белгісімен жазылуы.

Мысалы: $9 + (-21) \cdot 3 = 2 \cdot (-27)$.

санды теңдік

| Санды теңдіктердің қасиеттерінің өріптермен жазылуы a, b және c – кез келген рационал сан | Мысалы |
|--|--|
| 1. Егер $a = b$ және $b = c$ болса, $a = c$ | $6 \cdot 2 = 12; 12 = 3 \cdot 4,$ онда $6 \cdot 2 = 3 \cdot 4$ |
| 2. Егер $a = b$ болса, $a + c = b + c$ $a - c = b - c$ | $6 \cdot 2 + 5 = 12 + 5$ $6 \cdot 2 - 7 = 12 - 7$ |
| 3. Егер $a = b$ және $c \neq 0$ болса, $a \cdot c = b \cdot c$ $a : c = b : c$ | $10 + 8 = 9 \cdot 2$ $(10 + 8) \cdot 3 = 9 \cdot 2 \cdot 3$ $(10 + 8) : 3 = 9 \cdot 2 : 3$ |

- ▲ **770.** 1) $2,4 = 2,4$; 2) $6,5 = 6,5$; 3) $-15 = -15$;
4) $-0,75 = -0,75$.
- 771.** 1) $-3,6 = -3,6$; 2) $-1,2 = -1,2$; 3) $90 = 90$. **772.** 14 см.
- 774.** 1) $-19 = -19$; 2) $-30 = -30$.
- 776.** 1) $3 = 3$; 2) $1 = 1$; 3) $5 = 5$; 4) $5 = 5$.
- 778.** 3.

**Үйреніп алыңдар!**

№1. $9x = x + 12$ теңдеуінің түбірін табыңыз.

Теңдеудің екі жағына да $(-x)$ -ті қосайық:

$$9x - x = x - x + 12,$$

$$8x = 12,$$

$$x = 12 : 8,$$

$$x = 1,5.$$

№2. $8x - 7 = 2x + 5$ теңдеуінің түбірін табыңыз.

$$8x - 7 + 7 = 2x + 5 + 7,$$

$$8x = 2x + 12,$$

$$8x - 2x = 2x - 2x + 12,$$

$$6x - 2x = 12,$$

$$4x = 12,$$

$$x = 3.$$

Осы реттілікпен мына теңдеуді шешіп үйреніңдер:

$$1) 5x - 8 = 2x + 1; \quad 2) 2\frac{5}{6}x - 5,5 = 1\frac{2}{3}x - 2.$$

4.2. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер. Мәндес теңдеулер. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулерді шешу

Жәутіков Орынбек Ахметбекұлы
(1911–1989)

Математика ғылымының дамуына көп еңбек сіңірген ғалым. Қазақстан Республикасы Ұлттық Ғылым академиясының академигі. Физика-математика ғылымдарының докторы, профессор.

Негізгі ғылыми еңбектері математикалық теңдеулерге, теориялық және қолданбалы механика саласына арналған.



I. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер.

$5x - 7 = x + 1$; $2x + 5 = 3x - 8$; $3x - 0,8 = 4x - 1,2$ түріндегі теңдеулер бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер деп аталады. Мұндай теңдеулер жалпы түрде $ax + b = 0$ түрінде жазылады, мұндағы a – айнымалының коэффициенті; b – бос мүше.

$ax + b = 0$ түріндегі теңдеу (мұндағы x – айнымалы, a және b – қандай да бір сандар) бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу деп аталады.

Мысалы, $0,9x - 4,5 = 0$; $2x + 5 = 3x - 2$ – бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер.

Теңдеуді шешкенде, ондағы айнымалының (x -тің) орнына қойғанда теңдеуді тура теңдікке айналдыратын сан табылады. Мұндай санды *теңдеудің түбірі* деп атайды.

Теңдеудің түбірі дегеніміз айнымалының теңдеуді тура теңдікке айналдыратын мәні.

Теңдеуді шешу дегеніміз оның барлық түбірлерін табу немесе түбірлерінің жоқ екендігін дәлелдеу.

II. Мәндес теңдеулер.

Түбірлері бірдей немесе түбірлері болмайтын теңдеулер мәндес теңдеулер болып табылады.

Мысалы, $4(x - 3) = 0$ теңдеуі мен $4x - 12 = 0$ теңдеуі – мәндес теңдеулер, себебі $4(x - 3) = 0$ теңдеуінің де түбірі 3-ке тең, $4x - 12 = 0$ теңдеуінің де түбірі 3-ке тең.

Теңдеулер шешу барысында мәндес теңдеуге түрлендіріледі.

Мұндай түрлендіруді *мәндес түрлендіру* деп атайды.

Теңдеуді мәндес теңдеуге түрлендіру ережесі.

1. Теңдеудің екі жағына да бірдей санды (өрнекті) қосқанда немесе екі жағынан да бірдей санды (өрнекті) азайтқанда, теңдеу мәндес теңдеуге түрленеді.

$$\text{Мысалы, } 6x + 7 = 25,$$

$$6x + 7 - 7 = 25 - 7,$$

$$6x = 25 - 7.$$

Мұндағы $6x + 7 = 25$ теңдеуімен $6x = 25 - 7$ теңдеуі мәндес. Осыдан шығатын қорытынды.

Теңдеудегі қосылғыштың таңбасын қарама-қарсыға өзгертіп, оны теңдеудің бір жағынан екінші жағына көшіргенде теңдеу мәндес теңдеуге түрленеді.

2. Теңдеудің екі жағын да нөлден өзге бірдей санға көбейткенде немесе бөлгенде теңдеу мәндес теңдеуге түрленеді.

$$\text{Мысалы, } \frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{3},$$

$$\left(\frac{x}{2} - 1\right) \cdot 6 = \frac{x}{3} \cdot 6,$$

$$3x - 6 = 2x.$$

$$\text{Мысалы, } \frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{3} \text{ теңдеуімен } 3x - 6 = 2x \text{ теңдеуі мәндес.}$$

Теңдеудің екі жағын да 0-ге көбейткенде теңдеу мәндестік мағынасын жояды.

Мысалы, $x = 6$ теңдеуінің түбірі – 6 саны, ал $x \cdot 0 = 6 \cdot 0$ теңдеуінің түбірі кез келген сан.

$$x = 6 \text{ және } x \cdot 0 = 6 \cdot 0 \text{ теңдеулері мәндес теңдеулер емес.}$$

Демек, теңдеудің екі жағын да 0-ге көбейтуге болмайды, бөлуге де болмайтыны белгілі.

III. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулерді шешу.

$ax+b=0$ теңдеуін шешудің үш түрлі жағдайы бар.

I. $a \neq 0$, b – кез келген сан болса, $ax = -b$ теңдеуінің екі жағын да a -ға бөліп, $x = -\frac{b}{a}$ теңдігін жазамыз. Демек, бұл жағдайда теңдеудің бір ғана $-\frac{b}{a}$ түбірі бар.



1-мысал. Теңдеуді шешіңдер: $8x - 9 = 3x + 8$.

Нұсқауды пайдаланыңдар:

1. x айнымалысы (белгісізі) бар мүшелерді теңдеудің сол жағына, бос мүшелерді теңдеудің оң жағына жинақтаңдар.

2. Ұқсас мүшелерді біріктіріңдер.

3. Теңдеудің екі бөлігін де айнымалының коэффициентіне бөліп, теңдеудің түбірін табыңдар.

Өзіңді өзің тексер.

Шешуі.

$$8x - 9 = 3x + 8,$$

$$1. 8x - 3x = 8 + 9.$$

$$2. 5x = 17,$$

$$3. x = 17 : 5,$$

$$x = 3,4.$$

Жауабы: 3,4.

II. $a=0$; $b \neq 0$ болса, $ax+b=0$ теңдеуі $0x+b=0$ түрінде жазылады. $0x=-b$ теңдігі x -тің ешқандай мәнінде тура болмайды. Мұндай жағдайда теңдеудің түбірі болмайды.

$$2\text{-мысал. } 7x + 3 = 7x + 5,$$

$$7x - 7x = 5 - 3,$$

$$0 \cdot x = 2.$$

Теңдеудің түбірі болмайды. Демек, теңдеудің шешімдер жиыны – бос жиын \emptyset .

Жауабы: \emptyset .

III. $a=0$ және $b=0$ болса, $ax+b=0$ теңдеуі $0x+0=0$ түрінде жазылады, $0 \cdot x = 0$. Кез келген санның нөлге көбейтіндісі нөлге тең болғандықтан, x -тің кез келген мәнінде теңдік тура болады. Демек, $0x=0$ теңдеуінің түбірі кез келген сан болады. Теңдеудің шектеусіз көп түбірі бар.

$$3\text{-мысал. } 2x + x - 5 = 3x - 5,$$

$$3x - 3x = 5 - 5,$$

$$0x = 0.$$

Кез келген сан теңдеудің түбірі болады. Теңдеудің түбірлері – шектеусіз жиын.

Жауабы: x – кез келген сан.

$ax+b=0$ сызықтық теңдеудің түбірлерінің жиыны бір ғана элементтен тұруы, бос жиын болуы немесе шектеусіз жиын болуы мүмкін.

Есеп. Ендері бірдей екі тік төртбұрыштың біріншісінің ұзындығы 20 см, екіншісінің ұзындығы 24 см. Бірінші тік төртбұрыштың ауданы екінші тік төртбұрыштың ауданынан 48 см² кем. Тік төртбұрыштардың енін табыңдар.

Шешуі. x см – тік төртбұрыштардың ені.

Есептің шарты бойынша: $20x + 48 = 24x$.

$$20x - 24x = -48;$$

$$-4x = -48;$$

$$x = 12.$$

Жауабы: 12 см.

Тексеру: $20 \cdot 12 + 48 = 24 \cdot 12$; $240 + 48 = 24 \cdot 12$; $288 = 288$.



1. Қандай теңдеуді бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу деп атайды?

2. Қандай теңдеулер мөндес теңдеулер деп аталады?

3. Егер $a \neq 0$ болса, бір айнымалысы бар сызықтық теңдеудің түбірі қалай табылады?



779. Теңдеуді шешіңдер (ауызша):

1) $x + 2,7 = 3$;

3) $\frac{3}{4} + x = 1$;

5) $2x - 5 = x - 1$;

2) $x - 0,6 = 1,4$;

4) $x - 1\frac{1}{5} = \frac{4}{5}$;

6) $2,7x + 1,3 = x + 3$.

A

780. Теңдеуді шешіңдер:

1) $2x + 17 = 22 + 3x$;

3) $25 - 4x = 12 - 5x$;

5) $21x + 45 = 17 + 14x$;

2) $18 + 3x = x + 14$;

4) $13x + 27 = 16x + 4,5$;

6) $13x + 70 = 2x + 15$.

781. Теңдеуді шешіңдер:

1) $3,4x - 4 = 4,8 - x$;

3) $5 - 3x = 2x - 8$;

5) $1,5x + 8 = 3,1x + 16$;

2) $2x + 7 = x + 5,5$;

4) $9,5x + 2 = 5,7x - 5,6$;

6) $2,9x + 7,4 = x + 1,7$.

782. Теңдеуді шешіңдер:

1) $x = \frac{2}{3}x + 1$;

3) $x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}x$;

5) $\frac{2}{3}y - \frac{1}{3} = \frac{5}{9}y$;

2) $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x$;

4) $1\frac{4}{5}y = y + 4$;

6) $\frac{3}{4}y - \frac{2}{3} = \frac{7}{12}y$.

783. Теңдеудің түбірін табыңдар:

1) $7x - (3 + 2x) = x + 9$;

3) $3x - (10 - 9x) = 22x$;

2) $13 - (2x - 5) = x - 3$;

4) $26 - (17 - 2x) = 5x$.

Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар (**784–792**).

784. Екі санның қосындысы 21-ге тең. Екі еселенген бірінші сан екінші саннан 3-ке артық. Бірінші санды табыңдар.

785. Бірінші бассейнде 1600 м^3 , екінші бассейнде 1215 м^3 су бар. Бірінші бассейнді тазарту үшін одан сағатына 65 м^3 су насоспен сыртқа ағызылды. Екінші бассейнге сағатына 45 м^3 су насоспен құйылды. Екі насос жұмыстарын бір уақытта бастаса, неше сағаттан соң екі бассейндегі су көлемі теңеседі?

786. 6^A -сыныбындағы оқушылар саны 6^B -сыныбындағы оқушылар санынан 25% -ке артық. 3 оқушыны 6^A -сыныбынан 6^B -сыныбына ауыстырғанда екі сыныптағы оқушылар сандары теңесті. Алғашқыда сыныптардың әрқайсысында неше оқушыдан болды?



787. Екі пойыз А стансысынан бір-бірінен қарама-қарсы бағытта жүріп барады. А стансысынан бірінші пойыз $70,5 \text{ км}$, екінші пойыз $56,75 \text{ км}$ қашықтықта. Бірінші пойыз 57 км/сағ жылдамдықпен, екінші пойыз $62,5 \text{ км/сағ}$ жылдамдықпен жүрді. Неше сағаттан соң екі пойыз А стансысынан бірдей қашықтықта болады?

A. 2,3 сағ; B. 2,5 сағ; C. 2,8 сағ; D. 2,1 сағ.

788. Жүзім сусынын құятын сыйымдылығы 2 л және 3 л банкалар бар. Егер сусынды екілитрлік банкаларға құйса, үшлитрлік банкаларға құйғандағыға қарағанда 2 банка артық қажет болады. Дайындалған жүзім сусыны неше литр?

789. Көгалдандыру үшін екі көше бойына ағаштар отырғызылды. Бірінші көшедегі ағаштар саны екінші көшедегі ағаштар санынан 1,4 есе көп. 13 ағашты бірінші көшеден екінші көшеге ауыстырып отырғызғанда, екі көшедегі ағаштар сандары бірдей болды. Алғашқыда бірінші көшеге неше ағаш отырғызылды, екінші көшеге неше ағаш отырғызылды?

790. Қазір әкесі 34 жаста, баласы 11 жаста. Неше жылдан кейін әкесінің жасы баласының жасынан 2 есе артық болады?

791. Мотор құрастыратын цех жұмысшылары тапсырманы белгіленген мерзімде орындау үшін күніне 6 мотор құрастыруы керек еді. Олар күніне 2 моторды артық құрастырып, тапсырманы белгіленген мерзімнен 3 күн бұрын орындады. Мотор құрастыратын цех жұмысшылары тапсырма бойынша барлығы неше мотор құрастырулары керек?

792. Катер ағыс жылдамдығы 2 км/сағ өзенде ағыспен жүзіп, А айлағынан

В айлағына 6 сағатта барды. Катер қайтарында В айлағынан А айлағына өзеннің ағысына қарсы жүзіп, 7,5 сағатта барды. Катердің меншікті жылдамдығын табыңдар.

В

793. Теңдеуді шешіп, түбірін табыңдар:

1) $4x+5(3-2x)=5-11x$;

3) $8x+3(7-2x)=4x+3$;

2) $19-2(3x+8)=2x-37$;

4) $23-4(3x+8)=1-17x$.

794. Теңдеуді шешіп, түбірін табыңдар:

1) $\frac{x-5}{4} = 7 - \frac{2x-11}{3}$;

3) $\frac{2-7y}{6} + \frac{4y+7}{3} = -\frac{y}{2}$;

2) $5 + \frac{7x-12}{3} = x + 13$;

4) $\frac{7y-1}{12} - \frac{y+1}{4} = \frac{2y+5}{3}$.

795. Түбірі болмайтын теңдеулерді бір бағанға, түбірі кез келген сан болатын теңдеулерді екінші бағанға жазыңдар:

1) $13+28x=5x+17+23x$;

3) $\frac{3}{4}y + 2y + 5 = 2\frac{3}{4}y + 4,1 + 0,9$;

2) $5-3x+4=17x+9-20x$;

4) $9 - 16y = 20 - 31y + 15y$.

Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар (**796–804**).

796. Бірінші жүйектегі бүлдірген түптерінің саны екінші жүйектегі бүлдірген түптерінің санынан 2,5 есе артық. Бірінші жүйектен 12 түп бүлдіргенді алып, екінші жүйекке отырғызғанда, екі жүйектегі бүлдірген түптерінің саны бірдей болды. Алғашқыда екінші жүйекте неше түп бүлдірген болды?



797. Алғашқыда екі кітап сөресіндегі кітаптар саны бірдей болды. 18 кітапты бірінші сөреден алып, екінші сөреге қойғанда, ондағы кітап саны бірінші сөредегі кітап санынан 3 есе артық болды. Алғашқыда кітап сөресінің әрқайсысында неше кітап болды?

798. Екі санның қосындысы 348-ге тең. Бірінші санның 80%-і екінші саннан 6-ға кем. Бірінші санды табыңдар.

799. Дүкенге әрқайсысы 1,5 кг-нан және 1,8 кг-нан барлығы 11 орам өрік әкелінді. 1,5 кг-нан оралған барлық өріктің массасы 1,8 кг-нан оралған барлық өріктің массасына тең. Дүкенге әрқайсысы 1,5 кг-нан неше орам өрік әкелінді?
800. Бидай егілген екі алқаптың ауданы 100 га. Бірінші алқаптың әр гектарынан 12 ц-ден, ал екінші алқаптың әр гектарынан 10 ц-ден өнім алынды. Екінші алқаптан алынған өнім бірінші алқаптан алынған өнімнен 18,8 т кем болды. Бірінші егіс алқабының ауданы неше гектар?
 А. 45 га; В. 46,3 га; С. 54 га; D. 50,7 га.
801. Күмістің екі қоспасынан үшінші қоспа дайындалды. Бірінші қоспаның массасы 50 г, оның 60%-і таза күміс, ал екінші қоспаның 80%-і таза күміс. Олардан дайындалған үшінші қоспаның 64%-і таза күміс. Екінші қоспаның массасы неше грамм?
802. Үш таңбалы сан мен екі таңбалы санның қосындысы 269-ға тең. Осы сандардың екіншісі бірінші санның соңғы цифры 5-ті өшіріп тастағанға тең. Бірінші санды табыңдар.
803. А стансысынан шыққан пойыз В стансысына 7,8 сағатта жетеді. Егер пойыз жылдамдығын 10 км/сағ-қа кемітсе, ол осы аралықты 1 сағ 30 мин ұзақ жүреді. А стансысы мен В стансысының арақашықтығын табыңдар.
804. Ағасы мен інісі мектепке бару үшін үйден бір уақытта шықты. Ағасы 80 м/мин жылдамдықпен жүрсе, інісі одан 30 м/мин кем жылдамдықпен жүріп, мектепке ағасынан 6 мин кеш келді. Ағасы мектепке неше минутта келді?
805. Теңдеудің түбірін «іріктеу» әдісімен табыңдар:

$$1) x(x+5)=104; \quad 2) x - \frac{5}{x} = (x-1) + \frac{4}{x}; \quad 3) \frac{x-2}{x} = \frac{1}{2}.$$

- 806⁰. Әрқайсысының ұзындығы 4 сантиметрге тең 18 таяқшадан тік төртбұрыш құрастырылды. Осы тік төртбұрыштың ең үлкен ауданын табыңдар.

С

807. $8x-7=3x+n$ теңдеуінің түбірі:
 1) -2; 2) -0,2; 3) 0,4; 4) 3
 болатындай етіп, n санын таңдап алыңдар.

808. a -ның қандай мәнінде:

- 1) $2ax = 5$ теңдеудің түбірі болмайды;
- 2) $(3 + a)x = 1 + 4a$ теңдеуінің түбірі 2-ге тең;
- 3) $(4 + 3a)x = 6 + 5a$ теңдеуінің түбірі (-3) -ке тең?

809. Мәндес теңдеулерді теріп жазыңдар:

- 1) $|y + 2| = 7$ мен $(y-5)(y+9)=0$;
- 3) $|5x - 11| = 4$ пен $(x-8)(x-3)=0$;
- 2) $|2y + 5| = 3$ пен $(y+1)(y+4)=0$;
- 4) $|8 - x| = 2$ мен $(x-6)(x-10)=0$.

810. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $\frac{4-7x}{15} + \frac{1-x}{3} = 4 - \frac{2x+1}{5}$;
- 3) $\frac{3x+5}{5} + \frac{9x-5}{4} = 6 + \frac{3x+1}{2}$;
- 2) $\frac{10-y}{6} + \frac{3y+8}{3} = \frac{y+6}{2}$;
- 4) $\frac{5-9x}{8} - \frac{3+5x}{4} = \frac{5-3x}{2}$.

811. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $\frac{7(x-6)}{4} = \frac{5(x+1)}{3} - 3(x+2)$;
- 2) $\frac{3(x-8)}{5} + \frac{7(x+5)}{6} = \frac{4(7x+1,5)}{15} + \frac{1}{3}$;
- 3) $\frac{3(2x+5)}{8} - \frac{2(5x+7)}{3} = \frac{7(x-15)}{4} - 6\frac{7}{8}$.

Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар **(812–818)**.

812. Жолаушылар автобуспен елді мекеннен стансыға келіп, пойызға үлгерулері керек еді. Егер автобус 60 км/сағ жылдамдықпен жүрсе, жолаушылар пойыздың жүру уақытынан 20 мин ерте келеді. Ал егер автобус 50 км/сағ жылдамдықпен жүрсе, пойыздың жүру уақытынан 12 мин кеш келеді. Елді мекен стансыдан неше километр қашықтықта?

- A. 140 км; B. 170 км; C. 160 км; D. 165 км.

813. Теруші шығарманы үш күн терді. Ол бірінші күні шығарманың 40% -ін, ал екінші күні 21 бетін терді. Үшінші күні шығарманың теретін 25% -і қалды. Шығармада неше бет болған?

814. Катер A пунктiнен B пунктiне ағысқа қарсы жүзіп, 1 сағ 48 минутта барды. Катер қайтарда ағыспен жүзгендіктен, одан 18 мин кем уақытта B пунктiнен A пунктiне келді. Ағыс жылдамдығы 2,4 км/сағ. Катердің меншікті жылдамдығын табыңдар.
815. Ұзындығы 12 см тік төртбұрыш және қабырғасы осы тік төртбұрыштың енінен 1 см кем квадрат берілген. Квадраттың периметрі берілген тік төртбұрыштың периметрінен 10 см кем. Тік төртбұрыштың ені неше сантиметр?
816. Елді мекен стансыдан 4 км қашықтықта стансы мен саяжай аралығында орналасқан. Елді мекеннен саяжайға қарай 75 м/мин жылдамдықпен жаяу адам шықты. Жаяу адам 0,5 сағ жүрген соң стансыдан 200 м/мин жылдамдықпен велосипедші шықты. Велосипедші неше минут жүрген соң жаяу адамды қуып жетеді?
817. Домбыра үйіrmесiне қатысуға тілек білдірушілердің $\frac{3}{5}$ -і домбыра тарта біледі. Қалғандары домбыра тарта білмейді. Бір апта ішінде домбыра тарта білмейтіндердің 6-уы домбыра тартуды үйренгенде, үйіrmеге қатысушылардың 10%-і ғана домбыра тарта білмейтін болды. Домбыра үйіrmесiне қатысушылардың саны нешеу?
 А. 20; В. 24; С. 25; D. 18.
818. Ертедегі есеп. Атасы немересіне 130 жаңғақ беріп, оны жаңғақ саны тең емес екі үймеге бөлуді тапсырды. Сонда кіші үймедегі жаңғақтарды 4 еселегенде үлкен үймедегі жаңғақтардан үш есе кем болуы керек. Жаңғақтарды қалай бөлуге болады?

819*. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) 2 = \frac{5}{1 + \frac{4}{1 + \frac{5}{1+x}}}; \quad 2) 1 = \frac{3}{1 + \frac{4}{3 - \frac{2}{3+x}}}; \quad 3) 5 = \frac{2}{1 - \frac{3}{1 + \frac{2}{1 - \frac{1}{1+x}}}}.$$

★ 820. Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар.

Ақпараттық-коммуникациялық технология (АКТ) көздерін пайдаланып, миллиметр есебімен алынған сынап бағанасы (мм.сын. бағ.) бойынша қалыпты атмосфералық қысымды жазып алыңдар.

Атмосфераның төменгі қабатынан әрбір 10 м биіктікке көтерілгенде атмосфералық қысым қалыпты атмосфералық қысым мәнінен -1 миллиметр сынап бағанына (-1 мм. сын. бағ.) өзгереді.

Талғар шыңының ең биік жеріндегі атмосфералық қысым 262,7 мм. сын. бағанасына тең болды. Атмосфералық қысым неше метр биіктікте өлшенді?

Тақырыптың түйіні.

Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер. Мәндес теңдеулер.

$ax + b = 0$ түріндегі теңдеу (мұндағы x – айнымалы, a және b – қандай да бір сандар) бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу деп аталады.

a саны – белгісіздің коэффициенті, b саны – бос мүше.

1-мысал.

1) $0,4x - 2,8 = 0$; 2) $3(x + 1) = x - 1$ – бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер.

Егер теңдеулердің біреуінің түбірі екіншісінің түбіріне тең болса, мұндай теңдеулер *мәндес теңдеулер* деп аталады.

Түбірлері болмайтын теңдеулер де мәндес теңдеулер деп аталады.

2-мысал. Мәндес түрлендірілген теңдеулер.

$$2(x + 3) = 9; \quad x + 3 = 4,5 \quad x = 1,5$$

мәндес теңдеулер

$ax + b = 0$ теңдеуіндегі a -ның және b -ның мәндеріне сәйкес теңдеудің түбірлерінің кестесі:

| Теңдеу | a -ның мәні | b -ның мәні | Теңдеудің түбірі |
|---------------------|---------------|---------------|--|
| $5x + 3 = 0$ | $a = 5$ | $b = 3$ | $x = -\frac{b}{a}; x = -\frac{3}{5}; x = -0,6$ |
| $0 \cdot x + 4 = 0$ | $a = 0$ | $b = 4$ | түбірлері болмайды |
| $0 \cdot x + 0 = 0$ | $a = 0$ | $b = 0$ | түбірі – кез келген сан |

▲ **783.** 1) 3; 2) 7; 3) -1; 4) 3. **785.** 3,5 сағ. **788.** 12 л.

789. 91 ағаш; 65 ағаш. **791.** 72 мотор; **792.** 18 км/сағ.

794. 1) 13; 2) 9; 3) -4; 4) -6. **798.** 190 саны. **799.** 6 орам.

801. 12,5 г. **803.** 483,6 км. **804.** 10 мин. **806.** 320 см². **810.** 1) -8;

2) -4; 3) 5; 4) -3. **811.** 1) 2; 2) 3; 3) 7. **813.** 60 бет. **814.** 26,4 км/сағ.

815. 9 см. **816.** 50 мин. **819.** 1) 2; 2) -1; 3) 1. **820.** 4973 м.

Сызықтық теңдеу құруға және оның түбірін табуға арналған өзіндік жұмыстар

№1 тапсырма.

Суреттегі таразының сол жақ табақшасына 3 пакет ұн, ал оң жақ табақшасына 1 пакет ұн және 4 кг кіртасы салынған.



Сурет бойынша сызықтық теңдеу құрыңдар, мұндағы 1 пакет ұнның массасы x кг.

Теңдеуді шешіп, 1 пакет ұнның массасын анықтаңдар.

№2 тапсырма.

Суреттегі таразының сол жақ табақшасына массалары бірдей 5 орамжапырақ және 500 г кіртасы, ал оң жақ табақшасына 2 орамжапырақ және 2 кг кіртасы салынған.



Сурет бойынша сызықтық теңдеу құрыңдар, мұндағы 1 орамжапырақтың массасы y кг.

Теңдеуді шешіп, 1 орамжапырақтың массасын анықтаңдар.

№3 тапсырма.

Суретте таразының сол жақ табақшасында 4 бөлек шай және 50 г кіртасы, ал оң жақ табақшасында 1 бөлек шай және 500 г кіртасы кескінделген.



Сурет бойынша теңдеу құрыңдар, мұндағы 1 бөлек шайдың массасы x г. Теңдеуді шешіп, 1 бөлек шайдың массасын табыңдар.

№4 тапсырма.

Суретте таразының сол жақ табақшасында бал құйылған ыдыс және 500 г кіртасы, оң жақ табақшасында бос ыдыс және 2 кг, 1 кг кіртастары кескінделген. Бал құйылмай тұрғандағы ыдыс пен бос ыдыстың массалары тең.



Сурет бойынша теңдеу құрындар, мұндағы бос ыдыстың массасы m кг, ондағы балдың массасы x кг.

Теңдеуді шешіп, ыдыстағы балдың массасын анықтаңдар.



Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шешіндер:

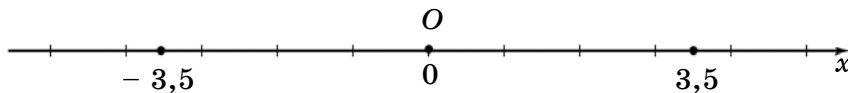
1) $|x| = 2$; 2) $|x| = 3,2$; 3) $|x - 1,5| = 3$; 4) $|x + 6| = 3$.

Үлгі: $|x| = 3,5$ теңдеуін шешейік.

1) Егер $x \geq 0$ болса, $x = 3,5$.

2) Егер $x < 0$ болса, $x = -3,5$.

Демек, $|x| = 3,5$ теңдеуінің түбірі, координаталық түзу бойындағы O нүктесінен $3,5$ -ке тең қашықтықта $-3,5$ және $3,5$ сандары кескінделген.



Жауабы: $-3,5; 3,5$.

4.3. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер

$|x| = 3$, $|x-4| = 5$, $|2x+3| = 4$, $3|x| - 2 = 7$ теңдеулері айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер.

Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулерді шешуде:

1) координаталық түзудегі $A(a)$ және $B(b)$ нүктелерінің арақашықтығы пайдаланылады:

$$|a - b|;$$

2) санның модулінің анықтамасының

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{егер } a \geq 0 \text{ болса,} \\ -a, & \text{егер } a < 0 \text{ болса,} \end{cases}$$

формуласы пайдаланылады.

Есептеулерде модульдің негізгі қасиеттері де пайдаланылады:

1. $|a| \geq 0$;

2. $|-a| = |a|$;
3. $|ab| = |a| \cdot |b|$;
4. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$, $b \neq 0$;
5. $|a|^2 = a^2$.

Мысалдар: 1) $|-3 \cdot 5| = |-3| \cdot |5|$; 2) $\left| \frac{2}{3} \right| = \frac{|2|}{|3|}$; 3) $|-7|^2 = 7^2$.

Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шешудің екі тәсілін қарастырамыз.

1. $|a - b|$ – координаталық түзудегі екі нүктенің арақашықтығын пайдаланып шешу (*1-тәсіл*).

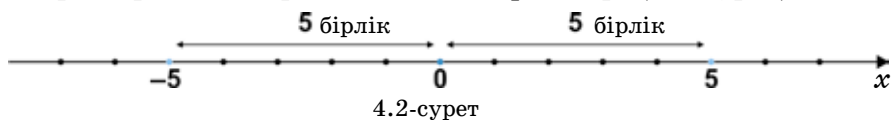
2. Санның модулінің анықтамасын пайдаланып шешу (*2-тәсіл*).

1-мысал. $|x| = 5$ теңдеуі берілсін.

1-тәсілмен. Шешуі. $|x - 0| = 5$. Координаталық түзу бойындағы $O(0)$ нүктесінен қашықтығы 5 бірлікке тең нүктелерді табу керек.

Координаталық түзу бойында $O(0)$ нүктесінен 5 бірлікке тең қашықтықта екі нүкте кескінделеді.

Олар координаталары -5 және 5 нүктелері (4.2-сурет).



Демек, $x = -5$ және $x = 5$.

2-тәсілмен. Шешуі.

1) Егер $x \geq 0$, болса,
 $x = 5$.

2) Егер $x < 0$ болса,
 $-x = 5$,
 $x = -5$.

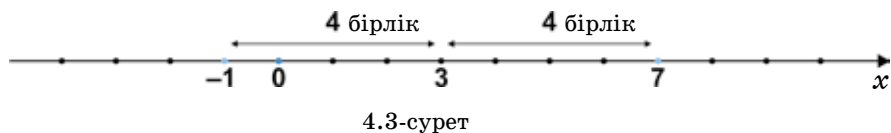
Демек, $x = 5$ немесе $x = -5$.

Жауабы: -5 ; 5 .

2-мысал. $|x - 3| = 4$ теңдеуі берілсін.

1-тәсілмен. Шешуі. $|x - 3| = 4$ теңдеуінің түбірлері – координаталық түзу бойындағы координатасы 3-ке тең нүктеден қашықтығы 4 бірлікке тең нүктелердің координаталары.

Координаталық түзу бойындағы координатасы 3 нүктесінен координаталары -1 және 7 нүктелерінің арақашықтығы 4 бірлікке тең (4.3-сурет).



Онда -1 және 7 сандары берілген теңдеудің түбірлері болып табылады. $x = -1$ және $x = 7$.

2-тәсілмен. Шешуі.

1) Егер $x - 3 \geq 0$ болса,
 $x - 3 = 4$,
 $x = 7$.

2) Егер $x - 3 < 0$ болса,
 $-(x - 3) = 4$,
 $x - 3 = -4$,
 $x = -1$.

Онда $x = 7$ немесе $x = -1$.

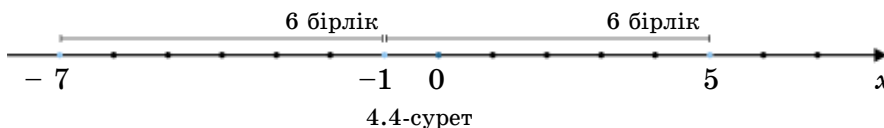
Жауабы: $-1; 7$.

3-мысал. $|x + 1| = 6$ теңдеуі берілсін.

1-тәсілмен. Шешуі.

$|x + 1| = 6$ теңдеуін $|x - (-1)| = 6$ түрінде жазуға болады.

$|x - (-1)| = 6$ теңдеуінің түбірлері – координаталық түзу бойындағы координатасы -1 нүктесінен қашықтығы 6 бірлікке тең нүктелердің координаталары болатын сандар. Координаталық түзу бойындағы координаталары -7 және 5 нүктелері координатасы -1 нүктесінен 6 бірлікке тең қашықтықта (4.4-сурет).



Онда берілген теңдеудің түбірлері -7 және 5 сандары.

$x = -7$ және $x = 5$.

2-тәсілмен. Шешуі.

1) Егер $x + 1 \geq 0$ болса,
 $x + 1 = 6$,
 $x = 5$.

2) Егер $x + 1 < 0$ болса,
 $-(x + 1) = 6$,
 $x + 1 = -6$,
 $x = -7$.

$x = 5$ немесе $x = -7$.

Жауабы: $-7; 5$.

Мысалы, $|5x + 1| = -6$ теңдеуінің шешімі болмайды. Себебі теңдеудің сол жақ бөлігінде мәні теріс емес санға тең өрнек, ал оң жақ бөлігінде теріс сан жазылған.



1. $|x| = 4$ теңдеуінің түбірлері санақ басы – O (0) нүктесінен қандай қашықтықта кескінделеді?

2. $|x - 3| = 7$ теңдеуінің түбірлері координаталық түзудегі координатасы 3 нүктесінен қандай қашықтықтағы нүктелермен кескінделеді?

821. Амалдар тізбегін орындаңдар (а у ы з ш а) :

| | | | |
|---|---|--|---|
| $\begin{array}{r} 1) - 2,1 \\ + 3 \\ \cdot (- 2) \\ - 1,2 \\ + 7,5 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 2) -\frac{1}{4} \\ + 1 \\ \cdot (- 4) \\ - 2,5 \\ \cdot 10 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 3) - 3,2 \\ : (- 4) \\ - 5 \\ \cdot 10 \\ : (- 100) \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 4) - 6,3 \\ \cdot 2 \\ : (- 3) \\ - 6 \\ + 2 \\ \hline ? \end{array}$ |
|---|---|--|---|

822. Қай теңдеудің шешімі бар? Қай теңдеудің шешімі болмайды (а у ы з ш а) :

| | | |
|-------------------|--------------------------|------------------|
| 1) $ x = 3$; | 3) $ y = -1,6$; | 5) $ -m = -8$; |
| 2) $ x = -3,9$; | 4) $ y = \frac{1}{5}$; | 6) $- n = -9$? |

A

823. «Қашықтықты анықтау» тәсілімен теңдеуді шешіңдер:

| | | |
|-----------------|------------------|--------------------|
| 1) $ a = 8$; | 3) $- c = -3$; | 5) $- -x = -10$; |
| 2) $ -b = 9$; | 4) $ d = 0$; | 6) $- -y = -4$. |

Теңдеуді шешіңдер (824, 825).

| | | |
|-------------------------|---------------------|-------------------------------|
| 824. 1) $ x + 3 = 5$; | 3) $ 2x + 3 = 9$; | 5) $\frac{3}{7} + 4x = 1$; |
| 2) $ y - 2 = 1$; | 4) $ 5y - 4 = 6$; | 6) $4 + 3y = 7$. |

| | | |
|-------------------------|--------------------|-----------------------------|
| 825. 1) $ x + 3 = 0$; | 3) $ 1 + x = 0$; | 5) $ x - 3 + 0,5 = 0,5$; |
| 2) $ x - 5 = 0$; | 4) $ 2 - x = 0$; | 6) $ 9 + x - 0,7 = -0,7$. |

826. Қыры 20 см куб қыры 1 см кубтарға бөлінді. Егер осы қыры 1 см кубтарды бірінің үстіне бірін қойып, мұнара құрастырсақ, оның биіктігі неше метр болар еді?

B

Теңдеуді шешіңдер (827–832).

| | | |
|-------------------------|----------------------|------------------------|
| 827. 1) $ x - 4 = 2$; | 3) $ 3 + x = 1,5$; | 5) $ x + 3 + 4 = 9$; |
| 2) $ y + 5 = 3$; | 4) $ 7 - y = -2$; | 6) $ y - 2 + 8 = 5$. |

828. 1) $|2x - 5| = 0$; 3) $|2 - 3x| = 0$; 5) $|3x + 1| + 2^3 = 8$;
 2) $|4x - 3| = 0$; 4) $|4 - 5x| = 0$; 6) $|9x + 2| - 3^3 = (-3)^3$.

829. 1) $5|x| + 3 = 7$; 2) $1,7|x| + 4,9 = 10$; 3) $2,5|3y| = 15$.

830. 1) $|2x + 14| = 6$; 3) $|8x + 12| = 20$; 5) $|9x + 15| = 6$;
 2) $|9x - 18| = 27$; 4) $|15x - 10| = 5$; 6) $|8x - 6| = 14$.

831. 1) $\left|\frac{1}{x}\right| = \frac{5}{8}$; 3) $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{2}{5}$; 5) $\left|\frac{3}{y}\right| = \frac{5}{6}$;
 2) $\left|\frac{1}{y}\right| = \frac{2}{7}$; 4) $\left|\frac{2}{x}\right| = \frac{1}{3}$; 6) $\left|\frac{4}{x}\right| = \frac{8}{9}$.

832.1) $\|x| - 3| = 0$; 2) $|5 - |x|| = 0$; 3) $\|x| + 3| = 0$; 4) $|7 - |x|| = 0$.

833. Есепті графтар төсілімен шығарыңдар.

Дамир, Самат, Мирас және Ринат мектептегі көркемөнерпаздар үйірмесіне қатысады. Олардың қайсыбіреуі гитара тартады, қайсыбіреулері сырнай тартады, өлең айтады, би билейді.

1) Дамир гитара тартады, Самат сырнай тартады;

2) Ринат би билейді, Мирас гитара тартады;

3) Дамир өлең айтады, Самат би билейді.

Тұжырымдамалардың біреуі дұрыс болса, екіншісі жалған. Көркемөнерпаздар үйірмесінде кім немен айналысады?

С

Теңдеуді шешіндер (834–836).

834. 1) $9|x| - 2|x| - 8 = 5|x|$; 3) $2|x| + 3|x| - 18 = |x| - 7|x| + 15$;

2) $7|x| - 2|x| = 3|x| + 12$; 4) $4|x| + 5|x| - 3 = 2|x| + 11$.

Үлгі: $6|x| - 5 = 2|x| + 7$ теңдеулерінің түбірлерін табайық.

Шешуі.

Тексеру:

$6|x| - 2|x| = 7 + 5$,

1) $x = 3$,

2) $x = -3$,

$(6 - 2)|x| = 12$,

$6|3| - 5 = 2|3| + 7$,

$6|-3| - 5 = 2|-3| + 7$,

$4|x| = 12$,

$6 \cdot 3 - 5 = 2 \cdot 3 + 7$,

$6 \cdot 3 - 5 = 2 \cdot 3 + 7$,

$|x| = 3$,

$13 = 13$,

$13 = 13$.

$x = 3$ немесе $x = -3$.

Жауабы: $-3; 3$.

835. 1) $|x + 1,7| \cdot (2x + 3) = 0$; 2) $|x - 4| \cdot (2x + 7) = 0$; 3) $|5x - 8| \cdot (x - 6) = 0$.

836*. 1) $||2x + 3| - 2| = 5$; 2) $||3x - 2| + 3| = 7$; 3) $||4x + 3| - 5| = 8$.

Үлгі. $||5x - 4| + 2| = 7$.

Шешуі.

$|5x - 4| + 2 = 7$ немесе $|5x - 4| + 2 = -7$,

$|5x - 4| = 5$, $|5x - 4| = -9$ шешімі жоқ.

$5x - 4 = 5$ немесе $5x - 4 = -5$,

$5x = 9$, $5x = -1$,

$x = 1,8$. $x = -0,2$.

Жауабы: $-0,2; 1,8$.

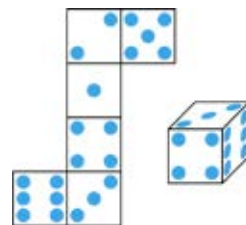
837. Оқиғалардың қайсысы ақиқат, қайсысы кездейсоқ, қайсысы мүмкін емес?

Ойын кубигін лақтырғанда (4.5-сурет):

1. 6-дан артық ұпай түсті;

2. 7-ден кем ұпай түсті;

3. 3 ұпай түсті.



4.5-сурет

- ▲ 823. 1) 0-ден a нүктесіне дейінгі қашықтық 8 бірлікке тең. $a = -8$; $a = 8$; 5) шешімі жоқ. 826. 80 м. 829. 1) $-0,8; 0,8$; 2) -3 ; 3. 830. 1) $-10; -4$; 2) -1 ; 5; 3) -4 ; 1; 6) -1 ; 2,5. 831. 1) $-1,6; 1,6$; 5) $-3,6; 3,6$. 832. 1) -3 ; 3; 3) Шешімі жоқ. 4) -7 ; 7. 834. 1) -4 ; 4; 2) -6 ; 6; 3) -3 ; 3. 835. 1) $-1,7; -1,5$; 2) $-3,5$; 4. 3) 1,6; 6. 836. 1) -5 ; 2; 2) $-\frac{2}{3}$; 2; 3) -4 ; 2,5.

IV ТАРАУДЫ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

838. Тура санды теңдіктің қасиетін пайдаланып:

1) $3,6 \cdot (-4) = 72 : (-5)$ теңдігінің екі жақ бөлігіне де $-5,6$ санын;

$4\frac{2}{5}$ санын қосыңдар.

2) $2,4 - 12,9 = 63 : (-6)$ теңдігінің екі жақ бөлігін де -4 -ке; 2-ге көбейтіңдер.

839. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $3x - 15 = x + 3$; 3) $2(x + 3) = x + 13$; 5) $3(x - 2) = x + 4$;
 2) $7 - 3x = x + 11$; 4) $4(5 - x) = 3x - 1$; 6) $5(x - 1) = 4x + 3$.

840°. Автомобиль *A* елді мекенінен шығып, 50 км/сағ жылдамдықпен жүрсе, *B* елді мекеніне межелеген уақытта жетеді. Егер автомобиль жылдамдығын 10 км/сағ-қа арттырса, *B* елді мекеніне межелеген уақыттан 1 сағ бұрын жетеді. *A* және *B* елді мекендерінің арақашықтығы неше километр?

841. Теңдеудің түбірлерін табыңдар:

- 1) $|y| = 9$; 3) $|y| = \frac{5}{9}$; 5) $|y - 2| = 5$;
 2) $|x| = 1,6$; 4) $|x + 7| = 10$; 6) $|y - 1,7| = 4$.

B

842. Теңдеуді шешіңдер (842–844).

- 1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{x}{6} + 1$; 3) $\frac{5x}{12} - \frac{4x}{15} = \frac{x}{20} + 1$;
 2) $\frac{y}{2} - \frac{y}{8} = \frac{y}{4} - 1$; 4) $\frac{x}{3} - \frac{2x}{9} = \frac{x}{6} + \frac{1}{2}$.

- 843.** 1) $|x - 1,5| = 4$; 3) $|2x - 3| = 0$; 5) $|x + 1| + 5 = 3$;
 2) $|3 - x| = 5$; 4) $|6 - 5x| = 0$; 6) $|x + 5| - 2 = 7$.

- 844.** 1) $|10x + 6| = 4$; 3) $|3x - 9| = 6$; 5) $|2,4x + 1,2| = 6$;
 2) $\left| \frac{1}{m} \right| = \frac{1}{4}$; 4) $\left| \frac{5}{m} \right| = \frac{2}{3}$; 6) $\left| \frac{1}{2n} \right| = \frac{1}{4}$.

845. Атасы 58 жаста, оның баласы 32 жаста, немерелері 11 жаста, 7 жаста. Неше жылдан кейін атасының жасы баласы мен немерелерінің жастарының қосындысына тең болады?

C

Теңдеуді шешіңдер (846, 847).

- 846*.1)** $\frac{4}{1 + \frac{3}{1 + \frac{2}{1+x}}} = 3$; 2) $\frac{5}{2 + \frac{2}{2 + \frac{3}{2+x}}} = 1$; 3) $\frac{6}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3+x}}} = 1$.

847*. 1) $||8x + 1| - 2| = 9$; 2) $|4 + |5x + 2|| = 9$; 3) $||10x + 7| - 5| = 13$.

848. Бірінші саннан екінші сан 3-ке артық. Бірінші санның 4-ке бөліндісі, екінші санның 5-ке бөліндісіне тең. Бірінші санды табыңдар.

- ▲ 842. 1) 1,5; 2) -8; 3) 10; 4) -9. 843. 1) -2,5; 5,5; 4) 1,2.
 844. 1) -1; -0,2; 3) 1; 5; 5) -3; 2.
 846. 1) -0,75; 2) -4,25; 3) $-3\frac{1}{3}$.
 847. 1) -1,5; 1,25; 2) -1,4; 0,6; 3) -2,5; 1,1. 848. 12 саны.



Салыстырылатын екі санның біреуі екіншісінен үлкен немесе кіші екенін анықтау үшін берілген екі санның айырмасына қарап, қорытынды жасаймыз.

| Салыстырылатын сандар | Сандардың біріншісінен екіншісін азайтып, айырма түрінде жазыңдар | Айырма (оң сан немесе теріс сан) | Санды теңсіздік |
|---------------------------------|---|----------------------------------|-----------------|
| 5 пен 3 -2 мен -4 3 пен 6 | 5-3 | 2>0, оң сан | 5>3 |

Мына сұрақтарға ойланып, жауап беріңдер.

- 1) Егер $a - b$ айырмасы оң сан болса, \square -тің орнына қандай теңсіздік белгісі қойылады: $a \square b$?
 2) Егер $a - b$ айырмасы теріс сан болса, \square -тің орнына қандай теңсіздік белгісі қойылады: $a \square b$?

V тарау. БІР АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕЛЕРІ

5.1. Санды теңсіздіктер

Есеп. Ұзындығы 7 см, ені 4 см тік төртбұрыштың ауданын қабырғасы 5 см квадраттың ауданымен салыстырыңдар. Салыстыру нәтижесін теңсіздік түрінде жазыңдар.

Шешуі. $7 \cdot 4$ – тік төртбұрышының ауданы.

5^2 – квадраттың ауданы.

$7 \cdot 4 > 5^2$ – санды теңсіздік.

Екі санды өрнектің теңсіздік белгісімен («>» немесе «<») жазылуы *санды теңсіздік* деп аталады.

Теңсіздік белгісінің сол жағындағы жазуды теңсіздіктің *сол жақ бөлігі* деп, ал оң жағындағы жазуды теңсіздіктің *оң жақ бөлігі* деп атайды.

Мысалы, $\underbrace{9 \cdot 3 + 5}_{\text{сол жақ бөлігі}} > \underbrace{4 \cdot 6}_{\text{оң жақ бөлігі}}$ – санды теңсіздік.

?

Тапсырма. a және b сандары берілген.

Мұндағы: 1) $a = 7$; $b = 4$; 3) $a = 3$; $b = 8$;
2) $a = 0,9$; $b = 0,5$; 4) $a = 6$; $b = 10$.

Нұсқау.

- $a - b$ айырмасының мәнін табыңдар;
- $a - b$ айырмасының мәнін 0 санымен салыстырыңдар;
- a және b сандарын салыстырыңдар.
- $a - b$ айырмасының мәні бойынша a және b сандарын салыстыру ережесін тұжырымдаңдар.

Өзіңді өзің тексер.

Кестені толтырыңдар:

| 1. $a - b$ айырмасының мәні | 2. Салыстыру $a - b$ және 0 | 3. Салыстыру a және b |
|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| 1) $a - b = 7 - 4 = 3$ | $3 > 0$ | $a > b$ |
| 2) $a - b =$ | | |
| 3) $a - b =$ | | |
| 4) $a - b = 6 - 10 = -4$ | $-4 < 0$ | $a < b$ |

Егер $a - b$ айырмасының мәні оң сан болса, онда a саны b санынан үлкен.

Егер $a - b > 0$ болса, онда $a > b$.

Егер $a - b$ айырмасының мәні теріс сан болса, онда a саны b санынан кіші.

Егер $a - b < 0$ болса, онда $a < b$.

Егер теңсіздіктер $<$ немесе $>$ белгілерімен жазылса, *қатаң теңсіздіктер* деп аталады.

1-мысал. $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$; $9+7 < 20$ – қатаң санды теңсіздіктер.

$x > -3$ және $x < 2$ теңсіздіктерін $-3 < x < 2$ (оқылуы: “ x саны -3 -тен үлкен, бірақ 2 -ден кіші”) қос теңсіздігі түрінде жазуға болады.

Егер теңсіздіктер \geq (артық немесе тең) және \leq (кем немесе тең) белгілерімен жазылса, *қатаң емес* теңсіздіктер деп аталады.

2-мысал. 1) $a \geq 5$ теңсіздігі: « a саны 5-тен артық немесе тең» деп немесе « a саны 5-тен кем емес» деп оқылады.

2) $b \leq 4$ теңсіздігі: « b саны 4-тен кем немесе тең» деп немесе « b саны 4-тен артық емес» деп оқылады.

3) $3 \leq x \leq 7$ қатаң емес қос теңсіздігінің оқылуы: « x саны 3-тен артық немесе тең, бірақ 7-ден кем немесе тең». Мына түрде де оқылады: x саны 3-тен кем емес, бірақ 7-ден артық емес.

$a > b$ және $c > d$ түріндегі теңсіздіктер «*теңсіздік белгілері бірдей*» теңсіздіктер деп аталады.

$a > b$ және $c < d$ түріндегі теңсіздіктер «*теңсіздік белгілері қарама-қарсы*» теңсіздіктер деп аталады.

3-мысал. 1) $6 \cdot 2 > 3 \cdot 3$ және $18 : 2 > 7$ – теңсіздік белгілері бірдей теңсіздіктер;

2) $9 \cdot 7 > 52$ және $28 < 19 + 17$ – теңсіздік белгілері қарама-қарсы теңсіздіктер.



1. Санды теңсіздік деген не?

2. a және b сандарының қайсысы үлкен, қайсысы кіші екенін қалай білеміз?

3. Қатаң емес теңсіздіктің қатаң теңсіздіктен айырмашылығы неде? Мысал келтіріңдер.

849. Егер $a > b$ болса, $a - b$ айырмасының мәні: $-1,5$; 0 ; $2,6$ сандарының қайсысы болуы мүмкін?

A

850. Мына теңсіздіктердің ішінен тура теңсіздіктерді теріп жазыңдар:

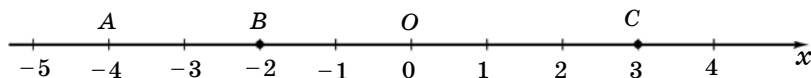
1) $5,6 > 4,3$; 3) $\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$; 5) $-0,9 < 1$;

2) $-9,7 > 6,5$; 4) $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$; 6) $0,1 > 0$.

851. Координаталық түзуде A , B және C нүктелері берілген (5.1-сурет).

1) A нүктесі мен B нүктесінің; 2) B нүктесі мен C нүктесінің;

3) A нүктесі мен C нүктесінің координатасын салыстырып, нәтижесін санды теңсіздік түрінде жазыңдар.



5.1-сурет

852. Теңсіздік түрінде жазыңдар. Белгісіз шаманы x -пен белгілеңдер:
1. Ыдыстағы сұйықтың көлемі 3 л-ден артық емес;
 2. Өзен суының ағыс жылдамдығы 4 км/сағ-тан кем;
 3. Бүгін Тараз қаласындағы ауаның температурасы 5°C -тан төмен емес.
 4. Доғал бұрыштың градустық өлшемі 90° -тан артық, бірақ 180° -тан кем.

853. Жұлдызшаның (*) орнына тиісінше $>$ немесе $<$ белгілерін жазып, тура санды теңсіздік құрастырыңдар. Кестені толтырыңдар:

| a | b | $a - b$ | $a * b$ |
|-----|-----|---------|---------|
| 3 | 7 | | |
| 6 | -4 | | |
| 9 | 5 | | |
| -13 | -8 | | |

854. Амалдарды орындаңдар:

$$1) 16,92 : (12,3 - 17) \cdot \left(-2\frac{1}{2}\right); \quad 3) 99,9 - (5,3 + 12 \cdot (-0,2));$$

$$2) (49,3 - 27,8) \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right) - 0,6; \quad 4) (15 - 19,2) : (-0,7) - 7,8.$$

B

855. Теңсіздік түрінде жазыңдар:
- 1) Сыныпта бір күнде 6-дан артық емес сабақ болады.
 - 2) Жеңіл атлетика үйірмесіндегі балалар саны 12-ден кем емес, бірақ 16-дан артық емес.

856. Санды теңсіздіктердің анықтамасын пайдаланып, сандарды салыстырыңдар:

$$1) 1,5 \text{ және } 1\frac{1}{5}; \quad 3) \frac{17}{50} \text{ және } 0,22; \quad 5) \frac{8}{25} \text{ және } 1;$$

$$2) \frac{1}{4} \text{ және } 0,4; \quad 4) -2,5 \text{ және } -2,3; \quad 6) -0,3 \text{ және } 0.$$

857. Мына теңсіздіктерді қос теңсіздік түрінде жазыңдар:

$$1) 7 < 15 \text{ және } 15 < 20; \quad 3) -1 > -5 \text{ және } -1 < 0;$$

$$2) 0,8 > 0,3 \text{ және } 0,8 < 1; \quad 4) m + n < k; k < p + z.$$

858. Салыстырып, теңсіздік түрінде жазыңдар:

- 1) $x + \frac{3}{5}$ және $x + \frac{4}{5}$; 3) $x + \frac{2}{9}$ және $\frac{5}{9} + x$;
 2) $x - 3$ және $x - 4$; 4) $x - 5$ және $x - 7$.

859. a және b сандарының айырмасы бойынша a және b сандарын салыстырыңдар:

- 1) $a - b = -3$; 3) $a - b = 0$; 5) $b - a = 1$;
 2) $a - b = \frac{2}{7}$; 4) $a - b = -0,5$; 6) $b - a = -0,99$.

860. Теңсіздік белгілерін пайдаланып жазыңдар.

Бүгін ауаның температурасы Өскеменде -3°C .

- 1) Павлодардағы ауаның температурасы $t^{\circ}\text{C}$, Өскемендегі ауаның температурасынан жоғары емес.
 2) Алматыдағы ауаның температурасы $t^{\circ}\text{C}$. Өскемендегі ауаның температурасынан төмен емес.
 3) Судың температурасы $t^{\circ}\text{C}$, 0°C -тан төмен емес, бірақ 100°C -тан жоғары емес.

861. Денешынықтыру сабағында балалар 100 м қашықтыққа жүгірді. Данияр осы қашықтықты 16 секундта жүгірсе, Айдос 18 секундта жүгірді. Балалардың қайсысының жылдамдығы көп? Санды теңсіздік арқылы көрсетіп жазыңдар.

862. Сиқырлы квадратты толтырыңдар:

| | | |
|---|----|----|
| 9 | | 5 |
| | 11 | |
| | | 13 |

| | | |
|----|---|--|
| 7 | | |
| 5 | 9 | |
| 15 | | |

| | | |
|----|--|----|
| | | 17 |
| 11 | | 27 |
| | | 13 |

863. Дыбыстың ауадағы таралу жылдамдығы шамамен 330 м/с. Дыбыс ауада 2 секундта қандай қашықтыққа жетсе, суда 0,44 секундта сондай қашықтыққа жетеді. Дыбыстың судағы жылдамдығын тауып, оны дыбыстың ауадағы таралу жылдамдығымен салыстырыңдар.

864. Автобус бірінші күні жүруге тиісті жолдың $\frac{1}{4}$ -ін, екінші күні бірінші күнгі жолдың $\frac{2}{3}$ -сін, үшінші күні қалған 126 км жолды

жүрді. Автобус 4 км жолға 0,6 л бензин жұмса, барлық жолға неше литр бензин жұмсайды?

- A. 34,8 л; B. 30,9 л; C. 32,4 л; D. 30,5 л.

865. Өрнектерді ықшамдап алып, мәнін табыңдар:

1) $\frac{a+2}{4} + \frac{3a-1}{3} + \frac{a-2}{2}$, мұндағы $a=-2$;

2) $\frac{2b+3}{4} + \frac{b-1}{2} + \frac{3}{4}$, мұндағы $b=-3$;

3) $\frac{4a-1}{3} - \frac{2a+3}{6} - \frac{1}{6}$, мұндағы $a=5$.

C

866. Мына өрнектердің мәндерін салыстырып, нәтижесін теңсіздік ($<$, $>$) белгілерімен жазыңдар:

1) $x+0,5$ және $x-(-0,3)$; 3) $n : (-7)$ және $n : 7$;

2) $y + \left(-\frac{3}{4}\right)$ және $y - \left(+\frac{1}{2}\right)$; 4) $(-n) : (-3)$ және $n : (-3)$.

867. Теңсіздіктің тура болатынын дәлелдеңдер:

1) $2,8a + 3\frac{1}{2} \geq 6,3$, мұндағы $a \geq 1$; 3) $5,1a - \frac{5}{9} < 0$, мұндағы $a < 0$;

2) $1,3 + \frac{2b}{3} < 1,3$, мұндағы $b < 0$; 4) $4,6 + \frac{3}{4}a > -10$, мұндағы $a > 0$.

Теңсіздік құру арқылы шығарыңдар (**868 – 870**).

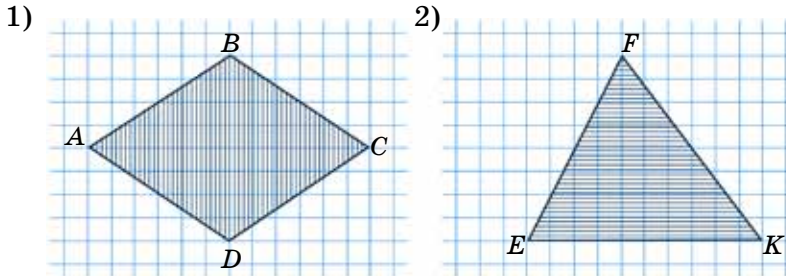
868. Рая мен Маржан дәптерлер сатып алды. Рая бір дәптерді 20 тг-ден, ал Маржан бір дәптерді 30 тг-ден сатып алды. Маржанның сатып алған дәптерлерінің саны Раяның сатып алған дәптерлер санының жартысына тең. Қыздардың қайсысы көп ақша төледі?

869. Үш қорапшаға 12 қарындаш салынған. Үшінші қорапшадағы қарындаш саны бірінші қорапшадағыдан артық, бірақ екінші қорапшадағыдан кем. Егер үшінші қорапшада 4 қарындаш болса, бірінші қорапшада, екінші қорапшада неше қарындаш болуы мүмкін? Есептің неше шешімі бар?

870. Сағат 11-де А қаласынан жүк мәшинесі 60 км/сағ жылдамдықпен В қаласына шықты. Жүк мәшинесі 1 сағ 30 мин жүрген соң, оған

қарсы B қаласынан 100 км/сағ жылдамдықпен жеңіл мәшине шықты. Олар сағат 14 -те бір-бірімен кездесті. Мәшинелердің кездескен жері A қаласына жақын ба, әлде B қаласына жақын ба?

871. 1) $ABCD$ төртбұрышын; 2) EFK үшбұрышын тік төртбұрыштарға толықтырып, олардың әрқайсысының ауданын квадрат сантиметр есебімен табыңдар (5.2-сурет). Дәптердің 4 торкөзінің ауданын 1 см² есебімен алыңдар.



5.2-сурет

872. Теңдеуді шешіңдер:

1) $\frac{x+9}{7} = 1 + \frac{x+1}{3}$;

3) $\frac{3x+4}{5} + \frac{x-7}{2} = \frac{2(2x+3)}{5}$;

2) $1 - \frac{5x-2}{6} = \frac{x-5}{9}$;

4) $\frac{7x-3}{2} - \frac{9-4x}{3} = \frac{7-x}{2}$.

Тақырыптың түйіні.
Санды теңсіздіктер.

Санды теңсіздік – екі санды өрнектің теңсіздік ($>$ немесе $<$) белгісімен жазылуы.

1-мысал. $-3 < 2$; $4 \cdot 3 + 5 > 11$ – санды теңсіздіктер.

Егер $a - b$ айырмасының мәні $\left. \begin{array}{c} \text{оң сан} \\ \text{төріс сан} \end{array} \right\}$ болса, онда $\left. \begin{array}{l} a > b. \\ a < b. \end{array} \right\}$

2-мысал. 1) $11 \cdot 2 > 4^2$, себебі $11 \cdot 2 - 4^2 = 22 - 16 = 6$; $6 > 0$.

2) $3^2 + 4 < 5^2$, себебі $(3^2 + 4) - 5^2 = 13 - 25 = -12$; $-12 < 0$.

▲ 854. 1) 9; 2) -35 ; 3) 97; 4) $-1,8$. **865.** 1) $4\frac{1}{3}$; 2) -2 ; 3) 4.

869. Үш шешімі бар. **871.** 1) 12 см²; 2) 10 см².

872. 1) $-0,25$; 2) 2; 3) 13; 4) 1,5.



а) Жұлдызшаның орнына тиісті теңсіздік белгісін қойындар:

1) егер $5 > 3$ болса, онда $3 * 5$;

2) егер $9 > 7$ және $7 > 5$ болса, онда $9 * 5$;

3) егер $6 > 2$ болса, онда $6 + 1\frac{1}{4} * 2 + 1\frac{1}{4}$; $6 - 1,5 * 2 - 1,5$;

4) егер $16 > 12$ болса, онда $\frac{16}{4} * \frac{12}{4}$; $16 \cdot 3 * 12 \cdot 3$;

5) егер $17 > 11$ болса, онда $\frac{1}{17} * \frac{1}{11}$.

ә) Теңсіздіктерді мүшелеп қосындар:

$$\begin{array}{r} 0,9 > 0,2 \\ + \\ 5,1 > 3,8 \\ \hline ? > ? \end{array}$$

б) Теңсіздіктерді мүшелеп көбейтіндер:

$$\begin{array}{r} 6 < 9 \\ \times \\ 0,5 < 4 \\ \hline ? < ? \end{array}$$

5.2. Санды теңсіздіктердің қасиеттері

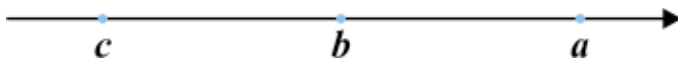
Санды теңсіздіктерге есептер шығаруда және санды теңсіздіктерді түрлендіруде санды теңсіздіктердің қасиеттері пайдаланылады. Сондықтан санды теңсіздіктердің қасиеттерін қарастырып, оларды күрделі емес жағдайларда пайдалануды үйренейік.

1-қасиет. Егер a саны b санынан үлкен, ал b саны c санынан үлкен болса, онда a саны c санынан үлкен болады.

Егер $a > b$, $b > c$ болса, онда $a > c$.

$a > b$ теңсіздігі бойынша координаталық түзуде a саны b санының оң жағында кескінделеді (5.3-сурет).

$b > c$ теңсіздігі бойынша b саны c санының оң жағында кескінделеді. Онда координаталық түзуде a саны c санының оң жағында кескінделеді. Демек, $a > c$.



5.3-сурет

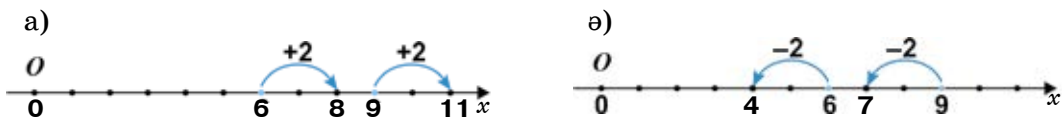
1-мысал. 1) $7 > 5$, $5 > 3$, онда $7 > 3$; 2) $2 < 5$, $5 < 9$, онда $2 < 9$.

2-қасиет. Егер тура теңсіздіктің екі жақ бөлігіне де бірдей сан қосылса, теңсіздік белгісі өзгертілмей, тура теңсіздік шығады.

Егер $a > b$ болса, онда $a + c > b + c$, c – кез келген сан.

2-мысал.

| | |
|-------------------|-------------------------|
| 1) $9 > 6$, | 2) $9 > 6$, |
| $9 + 2 > 6 + 2$, | $9 + (-2) > 6 + (-2)$, |
| $11 > 8$. | $7 > 4$. |



5.4-сурет

Координаталық түзу бойында 6 мен 9 сандарын кескіндейтін нүктелер оң бағытта немесе теріс бағытта бірдей қашықтыққа ығысқанда, олардың өзара орналасулары өзгермейді (5.4, а, б-сурет).

3-мысал. $7,2+3>8,1$ теңсіздігін $7,2+3-3>8,1-3$, яғни $7,2>8,1-3$ түрінде жазуға болады.

Теңсіздіктің бір жақ бөлігіндегі қосылғышты екінші жақ бөлігіне көшіргенде, оның таңбасын қарама-қарсы таңбаға өзгерту керек.

3-қасиет. а) Егер тура теңсіздіктің екі жақ бөлігі бірдей оң санға көбейтілсе немесе бөлінсе, теңсіздік белгісі өзгертілмей, тура теңсіздік шығады.

Егер $a>b$ және $c>0$ болса, онда $ac>bc$; $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

4-мысал. 1) $9>6,2$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін де 2 санына көбейтейік: $9 \cdot 2>6,2 \cdot 2$; $18>12,4$.

2) $15,5>10$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін де 5 санына бөлейік: $15,5 : 5>10 : 5$; $3,1>2$.

ә) Егер тура теңсіздіктің екі жақ бөлігі бірдей теріс санға көбейтілсе немесе бөлінсе және теңсіздік белгісі қарама-қарсы таңбаға өзгертілсе, онда тура теңсіздік шығады.

Егер $a>b$ және $c<0$ болса, онда $ac<bc$; $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

5-мысал.1) $3,1>2,3$ теңсіздігін (-2) -ге көбейтейік:

$$3,1 \cdot (-2)<2,3 \cdot (-2); \quad -6,2<-4,6.$$

2) $12>7$ санды теңсіздігін (-3) -ке бөлейік:

$$-\frac{12}{3} < -\frac{7}{3}; \quad -4 < -2\frac{1}{3}.$$

4-қасиет. Егер теңсіздік белгілері бірдей тура теңсіздіктер мүшелеп қосылса, онда теңсіздік белгісі қосылғыш теңсіздіктердің белгілеріндей тура теңсіздік шығады.

Егер $a>b$ және $c>d$ болса, онда $a+c>b+d$.

Мысалдар:

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad 5,3 > 2,7 \\ \quad \quad 1,5 > 0,8 \\ \hline \quad \quad 6,8 > 3,5; \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad + \quad 2,7 < x < 6,5 \\ \quad \quad 4,5 < y < 7 \\ \hline \quad \quad 7,2 < x+y < 13,5; \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad + \quad 8 < x < 15 \\ \quad \quad 2 < y < 4 \\ \hline \quad \quad 10 < x+y < 19. \end{array}$$

5-қасиет. Теңсіздік белгілері бірдей және оң жақ бөлігі мен сол жақ бөлігі оң сандар болатын тура теңсіздіктерді мүшелеп көбейтуге болады. Нәтижесінде теңсіздік белгісі көбейткіш теңсіздіктердің белгісіндей тура теңсіздік шығады.

Егер $a > b$, $c > d$ және a, b, c, d – оң сандар, онда $ac > bd$.

Мысалдар:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times \quad 0,3 > 0,2 \\ \quad \quad 4 > 1,5 \\ \hline \quad \quad 1,2 > 0,3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times \quad 9 < x < 12 \\ \quad \quad 4 < y < 7 \\ \hline \quad \quad 36 < xy < 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times \quad \frac{1}{8} < 2 \\ \quad \quad 8 < 10 \\ \hline \quad \quad 15 < 20 \end{array}$$

6-қасиет. Егер $a < b$ болса, онда $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, мұндағы $a > 0$; $b > 0$.

Мысалдар: 1) $3 < 4$ болса, $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$; 2) $7 > 5$ болса, $\frac{1}{7} < \frac{1}{5}$.



1. Теңсіздіктегі қосылғышты оның бір жақ бөлігінен екінші жақ бөлігіне қалай көшіруге болады?
2. Теңсіздіктің екі жақ бөлігін де бірдей теріс санға көбейтсек немесе бөлсек, теңсіздік белгісін қалай өзгерту керек?
3. Қандай тура теңсіздіктерді мүшелеп көбейтуге болады?

873. Теңсіздіктерді мүшелеп қосындар (ауызша):

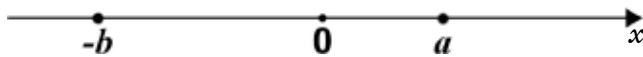
$$\begin{array}{r} + \quad 9,7 > 7 \\ \quad \quad 2 > 1 \\ \hline \quad \quad ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad -5 < 2,3 \\ \quad \quad + \quad 3 < 7 \\ \hline \quad \quad ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 2,5 < x < 8,2 \\ \quad \quad + \quad 1 < y < 7 \\ \hline \quad \quad ? \end{array}$$

A

874. Дәптерге координаталық түзу сызып, оның бойында 5.5-суреттегідей a және $-b$ сандарын кескіндеңдер.



5.5-сурет

- Координаталық түзу бойында: b , $-a$ және $2a$ сандарын кескіндеңдер;
- Сандарды салыстырыңдар: 1) $-b$ мен a -ны; 2) $2a$ мен a -ны; 3) $-a$ мен a -ны; 4) b мен $2a$ -ны.

875. 1) $8 < 13$ теңсіздігінің:

екі жақ бөлігіне де 5 санын; 4 санын; -2 санын; -6 санын қосқанда шығатын тура теңсіздікті жазыңдар;

2) $18 > 6$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін де:

4 санына; 5 санына; -1 санына; $-0,5$ санына көбейткенде шығатын тура теңсіздікті жазыңдар;

3) $24 > 12$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін де $\frac{1}{2}$ -ге; $\frac{1}{3}$ -ге; $\frac{1}{4}$ -ге көбейтіндер.

876. Теңсіздіктерді (мүшелеп) қосыңдар:

1) $5 < 9$ және $3 < 4$;

4) $4,2 > 3$ және $5 > -1$;

2) $3 > 1$ және $5 > 2$;

5) $0,3 < 1,2$ және $4 < 5$;

3) $2 < 3$ және $4 < 7$;

6) $1,8 > 1$ және $2 > 0,8$.

877. Теңсіздіктерді мүшелеп көбейтіндер:

1) $4 > 1$ және $7 > 5$;

4) $6 > 4$ және $7 > 2$;

2) $5 < 9$ және $2 < 4$;

5) $9 < 12$ және $3 < 5$;

3) $0,5 < 3$ және $4 < 5$;

6) $8 > 3$ және $6 > 2$.

878. Велосипедшінің жылдамдығы x км/сағ, ол 13 км/сағ-тан артық, мотоциклшінің жылдамдығы y км/сағ, ол 38 км/сағ-тан артық. Велосипедші мен мотоциклші бір жерден бір уақытта бір-бірінен қарама-қарсы бағытта жүрді. Олар 1 сағ өткен соң бір-бірінен неше километр қашықтықта болатынын бағалаңдар.

879. Токарь бірінші күні x бөлшек, ал екінші күні y бөлшек дайындады. Егер $x > 120$, $y < 100$ болса, токарьдың бірінші күні екінші күнге қарағанда неше бөлшек артық дайындағанын бағалаңдар.

880. Квадраттың қабырғасы 4 см-ден артық, 5 см-ден кем. Квадраттың периметрін бағалаңдар.

881. Тік төртбұрыштың ұзындығы 4,5 см-ден артық, 6 см-ден кем. Оның ені 2 см-ден артық, 3,2 см-ден кем. Тік төртбұрыштың ауданын бағалаңдар.

882. Өрнектің мәнін табыңдар:

- 1) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) \cdot 6$, мұндағы $x=4$; $y=-1$;
- 2) $\left(\frac{x}{4} - \frac{y}{12}\right) \cdot 12$, мұндағы $x=-2$; $y=3$;
- 3) $\left(\frac{2x}{3} + \frac{y}{5}\right) \cdot 3$, мұндағы $x=1$; $y=2$;
- 4) $\left(\frac{5x}{6} - \frac{3y}{8}\right) \cdot 4$, мұндағы $x=6$; $y=2$.

В

883. Теңсіздіктерді мүшелеп қосуды орындаңдар:

- 1) $7 < 15$ және $2,7 < 3,2$;
- 2) $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$ және $\frac{1}{4} < 3$;
- 3) $\frac{7}{12} > \frac{3}{8}$ және $0,2 < \frac{1}{4}$;
- 4) $\frac{2}{15} < \frac{3}{5}$ және $\frac{2}{3} < \frac{14}{15}$.

884. $4 < a < 5$ теңсіздігінен мынаны бағалаңдар:

- 1) $a+3$;
- 2) $a-0,6$;
- 3) $2a$;
- 4) $\frac{a}{2}$.

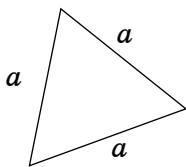
885. $\frac{1}{a}$ өрнегінің мәнін бағалаңдар:

- 1) $3 < a < 7$;
- 2) $4 < a < 9$;
- 3) $\frac{1}{9} < a < \frac{1}{5}$;
- 4) $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{4}$.

886. Теңсіздіктердің қасиеттерін пайдаланып:

- 1) $3a-5 < 2a-1$ теңсіздігінің екі жақ бөлігіне де 7 санын, $4a$ санын, -3 санын, $-2a$ санын қосқанда шығатын тура теңсіздікті жазыңдар;
- 2) $3,2m-2,4 < 5,6m-1,6$ теңсіздігінің екі жақ бөлігін де 5 санына, $\frac{1}{2}$ санына, $-\frac{1}{4}$ санына көбейткенде шығатын тура теңсіздікті жазыңдар.

887. 1) Егер $0,8 < a < 0,9$ болса, қабырғасы a дм квадраттың периметрін бағалаңдар (қос теңсіздік түрінде жазыңдар).



2) Егер $7\frac{1}{5} \text{ см} < p < 7,5$ болса, периметрі p см болатын тең қабырғалы үшбұрыштың бір қабырғасының ұзындығын бағалаңдар (қос теңсіздік түрінде жазыңдар).

888. Ұзындықты өлшейтін құралды пайдаланбай, қалайша ұзындығы $\frac{3}{4}$ м шілтерден $\frac{1}{2}$ м шілтерді қиып алуға болады?

889. Бір көйлек 2 метрден артық, 3 метрден кем матадан тігіледі. 5 көйлек неше метр матадан тігілетінін бағалаңдар.

890. Әлихан бағасы a теңгеден 3 қалам және бағасы b теңгеден 2 дәптер сатып алды. Егер $a < 60$, $b < 150$ болса, Әлиханның сатып алған барлық затының құны неше теңге болатынын бағалаңдар.

891. Тік төртбұрыштың ұзындығы x см, ені y см. $7 < x < 9$ және $3 < y < 5$ болғандағы тік төртбұрыштың ауданын бағалаңдар.

892. $2 < a < 5$ және $4 < b < 10$ теңсіздіктерінен мынаны бағалаңдар:

1) $a+b$; 2) $a-b$; 3) $a \cdot b$; 4) $\frac{a}{b}$.

893. Оқушы 120 беті бар әдеби кітап оқыды. Ол бірінші күні кітаптың $\frac{1}{5}$ -інен артық, бірақ $\frac{1}{4}$ -інен кем x бетін оқыды. Оқушы екінші күні кітаптың $\frac{1}{6}$ -інен артық, бірақ $\frac{1}{5}$ -інен кем y бетін оқыды. Оқушы екі күнде кітаптың неше бетін оқығанын бағалаңдар.

894. Теңдеуді шешіндер:

И. $\frac{5x+1}{3} = \frac{1+8x}{5}$;

А. $\frac{5x+8}{3} + \frac{11x-1}{6} = -1$;

З. $\frac{4x-5}{7} - \frac{9x-25}{2} = 0$;

Я. $\frac{4x+9}{5} - \frac{4+3x}{2} = 4$.

| | | | |
|----|---|----|----|
| -1 | 3 | -2 | -6 |
| | | | |

Кестедегі теңдеудің түбірлерімен бір бағанға оның тұсындағы өріптерді қойсаңдар, кестеден дүниежүзіндегі ең үлкен континент қалай аталатынын оқисыңдар.

С

895. Өрнектердің мәніндерін салыстырып, теңсіздік белгісімен ($<$, $>$) жазыңдар. Мұндағы $a > b$:

901. Бағдат пен Марат бақтан алма теріп алды. Бағдат бақтан 11-ден артық, бірақ 15-тен кем алма терді. Марат бақтан 9-дан артық, бірақ 13-тен кем алма терді. Бағдат пен Мараттың терген алмаларын өздері және екі достары тең бөліп алды. Балалардың әрқайсысының неше алмадан алғандарын бағалаңдар.



5.6-сурет

902. 5.6-суреттегі $ABCD$ тік төртбұрышының ұзындығы a см, ені b см. ABD тік бұрышты үшбұрышының ауданын бағалаңдар. Мұндағы $a < 8$; $b < 5$.

903. Катердің меншікті жылдамдығы x км/сағ. Катер ағыс жылдамдығы 2 км/сағ өзенде ағыспен 1,5 сағ жүзгенде қанша қашықтыққа баратынын бағалаңдар. Мұндағы $x < 18$.

904. Есептеңдер:

$$\left(\frac{\left(3,9 - 1\frac{4}{5} \right) \cdot 1\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{18} \right) : 3\frac{1}{6}}{\left(6\frac{3}{4} - 2,5 \right) : 5\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{12} - \frac{4}{15} \right) \cdot \frac{5}{9}} \right) \cdot 2,5 - 5\frac{2}{3}.$$

Тақырыптың түйіні.

Санды теңсіздіктердің қасиеттері.

Егер $a > b$ және $b > c$ болса, онда $a > c$,
мұндағы a , b және c – рационал сандар.

Егер $a > b$ болса, онда $a + c > b + c$; $a - c > b - c$.

| | | | | | |
|---|---|-------------------|-----------|-------------------------------------|---------------------|
| Егер $a > b$; $a > 0$; $b > 0$ болса, | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{c} > \frac{b}{c}, \\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}, \end{array} \right.$ | мұндағы $c > 0$; | $9 > 7$; | $9 \cdot 2 > 7 \cdot 2$; | $18 > 14$; |
| | | мұндағы $c < 0$; | $9 > 7$; | $9 (\neq 2) < 7 \cdot (\neq 2)$; | $\# 18 < \# 14$; |
| | | мұндағы $c > 0$; | $9 > 7$; | $\frac{9}{2} > \frac{7}{2}$; | $4,5 > 3,5$. |
| | | мұндағы $c < 0$; | $9 > 7$; | $\# \frac{9}{2} < \# \frac{7}{2}$; | $\# 4,5 < \# 3,5$. |

▲ 878. 51 км-ден артық. 879. 20 бөлшек артық. 881. $9 \text{ см}^2 < S < 19,2 \text{ см}^2$.

890. 480 тг-ден кем. 893. $44 < x + y < 54$. 901. 6 алмадан. 902. $\frac{ab}{2} < 20 \text{ см}^2$. 903. 30 км-ден кем. 904. 8.

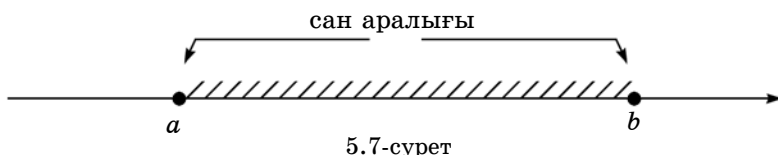


$1 < x \leq 5$ теңсіздігіндегі: 1) x -тің теңсіздік тура болатын сан мәндерін табыңдар; 2) оны координаталық түзуде белгілеңдер.

Ескерту. Теңсіздіктің шешімі болатын шеткі нүктені кішкене дөңгелекпен, шешімі болмайтын шеткі нүктені кішкене шеңбермен белгілеп, аралықтарын бояңдар. Сонда координаталық түзуде теңсіздіктің шешімдерін табасыңдар.
 $-2 \leq x \leq 4$; $2 < x < 6$ теңсіздіктеріндегі x -тің мәндерін тауып үйреніңдер.

5.3. Сан аралықтары

Координаталық түзуде a және b сандарына сәйкес нүктелерді белгілейік (5.7-сурет).



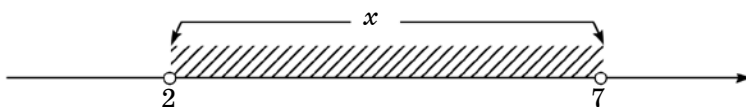
5.7-сурет

Координаталық түзудегі a және b сандарына сәйкес нүктелердің аралығы a және b сандарының аралығын кескіндейді.

Санды теңсіздіктердің шешімдерінің жиынын сан аралығымен жазуды үйренейік.

1. $2 < x < 7$ теңсіздігінің шешімдерін сан аралығында белгілеуді қарастырайық.

Берілген $2 < x < 7$ теңсіздігінің шешімдерінің жиыны координаталық түзуде координаталары 2 және 7 болатын нүктелердің арасында кескінделетін (5.8-сурет) сандар аралығы.



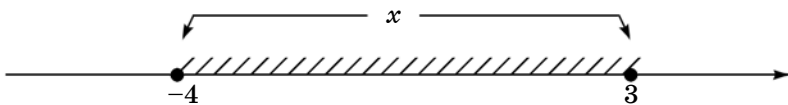
5.8-сурет

Мұны 2-ден 7-ге дейінгі сан аралығы немесе «интервал» деп атайды. Белгіленуі: $(2; 7)$. Оқылуы: 2-ден 7-ге дейінгі аралық. $2 < x < 7$ теңсіздігі қатаң қос теңсіздік болғандықтан, оның шешімдер жиынына координаталары 2 және 7 болатын нүктелер енбейді. Ол сызбада координаталық түзу бойындағы (нүктедегі) кішкене шеңбермен белгіленген.

2. $-4 \leq x \leq 3$ қатаң емес қос теңсіздігінің шешімдер жиынын сан аралығымен кескіндеуді қарастырайық.

$-4 \leq x \leq 3$ теңсіздігінің шешімдер жиыны координаталық түзу бойындағы -4 және 3 сандары қоса алынған -4 пен 3 сандарының аралығы (5.9-сурет).

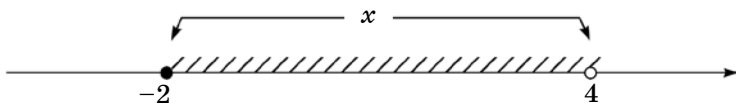
Координаталық түзуде сан аралығына енетін нүкте кішкене дөңгелекпен кескінделген. Мұндай $-4 \leq x \leq 3$ теңсіздігін қанағаттандыратын сан аралығын «кесінді» деп атайды. Белгіленуі: $[-4; 3]$. Оқылуы: « -4 саны мен 3 саны қоса алынған -4 -тен 3 -ке дейінгі аралық».



5.9-сурет

3. $-2 \leq x < 4$ теңсіздігінің шешімдерінің жиынын сан аралығында белгілейік. Берілген теңсіздіктің шешімдерінің жиыны координаталық түзуде -2 саны қоса алынған 4 -ке дейінгі сандар аралығы (5.10-сурет).

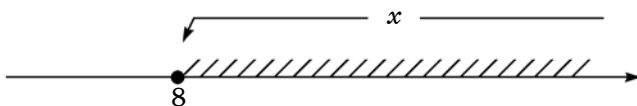
$-2 \leq x < 4$ теңсіздігінің шешімдер жиынына -2 саны енеді, бірақ 4 саны енбейді. Мұндай $-2 \leq x < 4$ теңсіздігін қанағаттандыратын сан аралығы «жартылай интервал» деп аталады. Белгіленуі: $[-2; 4)$. Оқылуы: « -2 саны қоса алынған -2 -ден 4 -ке дейінгі аралық».



5.10-сурет

4. $x \geq 8$ теңсіздігі шешімдерінің жиынын сан аралығында белгілейік.

$x \geq 8$ теңсіздігі қатаң емес теңсіздік болғандықтан, оның шешімдер жиыны координаталық түзуде басы координатасы 8 -ге тең нүкте болатын сәулемен кескінделетін сандар аралығы (5.11-сурет).

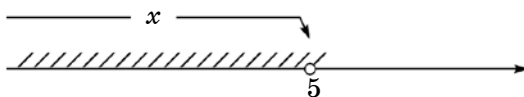


5.11-сурет

Мұндай $x \geq 8$ теңсіздігін қанағаттандыратын сан аралығын «сәуле» деп атайды. Жазылуы: $[8; +\infty)$. Оқылуы: « 8 саны қоса алынған 8 -ден плюс шексіздікке дейінгі аралық». Мұндағы ∞ – шексіздіктің белгіленуі.

5. $x < 5$ теңсіздігі шешімдерінің жиынын сан аралығында белгілейік.

$x < 5$ теңсіздігінің шешімдер жиыны минус шексіздіктен $(-\infty)$ 5 -ке дейінгі сандар аралығы (5.12-сурет). 5 саны теңсіздік шешіміне енбейді. Сондықтан мұндай сан аралығын «ашық сәуле» деп атайды.



5.12-сурет

$x < 5$ теңсіздігінің шешімдер жиынының сан аралығында белгіленуі: $(-\infty; 5)$. Оқылуы: «минус шексіздіктен 5 -ке дейінгі аралық».

Сан аралықтарының атаулары: «интервал», «кесінді», «жартылай интервал», «сәуле», «ашық сәуле». Жалпы түрде оларды «сан аралығы» немесе «аралық» деп те атайды.

Координаталық түзудегі барлық нүктелер жиынына сәйкес сан аралығының белгіленуі: $(-\infty; +\infty)$. Оқылуы: “минус шексіздіктен плюс шексіздікке дейінгі аралық”.

Мұны *сан түзуі* деп атайды.



1. Қандай сан аралығын білесіңдер?
2. Қандай сан аралығы интервал деп аталады?
3. Қандай сан аралығы кесінді деп аталады?
4. $x \geq 6$ немесе $x \leq 8$ теңсіздіктерінің шешімдер жиыны қалай аталады?

905. Берілген сан аралығын оқыңдар:

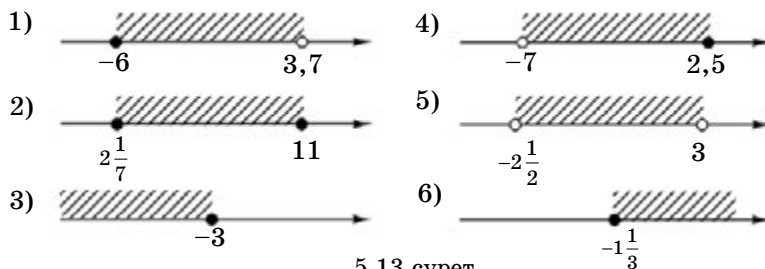
- | | | |
|----------------|---------------------|---------------------|
| 1) $(7; 15)$; | 3) $(6; +\infty)$; | 5) $[2; +\infty)$; |
| 2) $[-5; 5]$; | 4) $(-\infty; 9)$; | 6) $[0; +\infty)$. |

A

906. Сан аралығын координаталық түзуде кескіндеңдер:

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------------|----------------------|
| 1) $[-3; 5]$; | 3) $[-5; 0]$; | 5) $(-\infty; -4]$; | 7) $(-\infty; 5)$; |
| 2) $(-1; 8]$; | 4) $(0; 8)$; | 6) $[-9; +\infty)$; | 8) $(-5; +\infty)$. |

907. 5.13-суретте кескінделген сан аралығын белгіленуін пайдаланып жазыңдар:



5.13-сурет

908. Мына теңсіздіктердің шешімдерін сан аралығымен жазыңдар:

- | | | | |
|----------------|-----------------------------|---------------|------------------|
| 1) $x > 7,5$; | 3) $m \leq -3$; | 5) $x < -1$; | 7) $m \geq 3$; |
| 2) $y < 3$; | 4) $m \geq 4 \frac{1}{5}$; | 6) $y > 5$; | 8) $m \leq -2$. |

909. Берілген сан аралықтарының тиісті аталуларын (интервал, кесінді, сәуле, жартылай интервал) жазып, кестені толтырыңдар:

| | | | | |
|---------------------------|----------------|-----------|-----------|-----------|
| Сан аралығының белгіленуі | $(-\infty; 3]$ | $[-3; 2]$ | $(-7; 0)$ | $[-4; 2)$ |
| Сан аралығының аталуы | | | | |

910. 1) $(-3; 2)$; 2) $[-5; 1]$; 3) $[-2; 2]$; 4) $[-6; 1]$

сан аралықтарына тиісті бүтін сандарды жазыңдар.

911. Бірінші жәшіктегі мандариндер саны екінші жәшіктегі мандариндер санынан 25% -ке артық. Бірінші жәшіктен 6 мандаринді алып, оның жартысын екінші жәшіктегі мандариндерге қосқанда, екі жәшіктегі мандариндер саны бірдей болады. Алғашқыда екінші жәшікте неше мандарин болған?

912. Жақшаларды ашып, ықшамдаңдар:

$$1) \frac{5}{8}x - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{12}y\right) + \frac{1}{3}y; \quad 3) 2\frac{1}{6}x - \left(7x - 1\frac{3}{4}y\right) + 2\frac{1}{4}y;$$

$$2) 9,4x + \left(2x - 11\frac{3}{4}y\right) - 3\frac{5}{9}y; \quad 4) 3,5x + \left(6\frac{1}{4}x - 7y\right) + 9y.$$

В

913. 1) $-4; -2; -6; 0; 7; 9,3; 8,4$ сандарының қайсысы $[-3; 8,5]$ аралығына тиісті, қайсысы тиісті емес? Берілген сан аралығына тиістілерін теріп жазыңдар.

2) $5; 4,7; -3,2; 9\frac{5}{7}; 0; -2\frac{5}{6}; 8; -1; 10$ сандарынан $(-\infty; 4,8]$ аралығына тиістілерін теріп жазыңдар.

914. Мына қос теңсіздіктің шешімдерінің жиынын координаталық түзуде кескіндеп, сан аралығын белгілеп көрсетіңдер:

$$1) -4,5 \leq x \leq 2; \quad 3) -9\frac{1}{3} < x < 5; \quad 5) 0 \leq x \leq 4;$$

$$2) -8 < y \geq 3; \quad 4) 0,4 \leq y < 3; \quad 6) -2 < y \leq 0.$$

915. Кестедегі берілген сан аралығына тиісті ең үлкен бүтін санды, ең кіші бүтін санды тауып, кестені толтырыңдар:

| | | | | |
|--------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| Сандар аралығы | $[-10; 8]$ | $(-2; 8)$ | $[-3; 3)$ | $(-5; 4]$ |
| Ең үлкен бүтін сан | | | | |
| Ең кіші бүтін сан | | | | |

916. 1) $[-1; 3]$ кесінді мына сан аралықтарының қайсысында жатады: $(-4; 9)$ әлде $(4; +\infty)$?
 2) $[-5; 5]$ кесінді мына сан аралықтарының қайсысында жатады: $(-\infty; -7)$ әлде $(-7; 7)$?

917. Сан аралықтарын координаталық түзуде кескіндеңдер:

$$1) (-1,5; 3,5); \quad 2) \left[-4\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}\right]; \quad 3) [-9; -2,5); \quad 4) (-\infty; -1).$$

918*. Тік төртбұрыштың ұзындығы енінен 1,4 есе ұзын. Оның ұзындығын 20%-ке кемітіп, енін 20%-ке арттырғанда периметрі 3,2 см-ге кемиді. Тік төртбұрыштың алғашқы енін табыңдар.

С

- 919.** 1) $(-1; 4)$ интервалы $[-3; +\infty)$ әлде $(-\infty; -4]$ сан аралықтарының қайсысында жатады?
 2) $(-7; 8)$ интервалы $[-10; +\infty)$ әлде $(-\infty; -8]$ сан аралықтарының қайсысында жатады?

920. Мына қос теңсіздіктердің шешімдерінің жиынын сан аралығымен жазыңдар:

- 1) $2 \leq x \leq 8$; 3) $-3 < y < 5$; 5) $9 \leq x < 100$; 7) $-1 \leq x < 9$;
 2) $-9 < y \leq 0$; 4) $-2 < x < 7$; 6) $0 < x \leq 9$; 8) $-8 \leq x \leq 5$.

921. Координаталық түзуде кескінделген x сандарының жиынын қос теңсіздікпен және сәйкесінше сан аралығымен жазып, кестені толтырыңдар:

| | | | | |
|------------------|--|--|--|--|
| Сандар жиыны x | | | | |
| Қос теңсіздікпен | | | | |
| Сан аралығымен | | | | |

922. Сан аралықтарын координаталық түзуде кескіндеп, теңсіздікпен жазыңдар:

- 1) Бас нүктесінің координатасы 3-ке тең сәулені кескіндеңдер. Осындай неше сәулені кескіндеуге болады?
 2) -5 тен 2 -ге дейінгі интервалды;
 3) -1 -ден 6 -ға дейінгі кесіндіні.

923. Координаталық түзуде координаталары:

- а) $|x| \leq 2$; ө) $|x| < 3$; б) $|x| \leq 5$

шарттарын қанағаттандыратын нүктелер жиынын кескіндеңдер.

Шешімдер жиынын сан аралығымен жазыңдар.

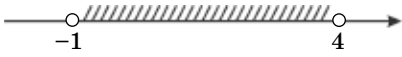
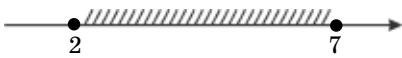

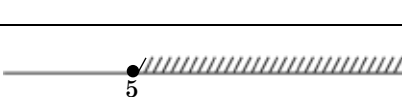
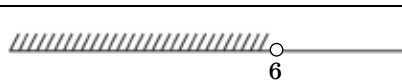
924. Теңдеуді шешіндер:

- 1) $\frac{x-2}{6} + \frac{x}{2} = \frac{5x-2}{9}$; 3) $\frac{3(x+1)}{8} + \frac{2(5-x)}{3} = \frac{16-13x}{12}$;
 2) $\frac{5+2x}{3} = \frac{x-3}{5} + \frac{x+5}{2}$; 4) $\frac{5(7-2x)}{3} - \frac{4x-2}{9} = \frac{x-19}{2}$.

Тақырыптың түйіні.
Сан аралықтары.

Санды теңсіздіктер шешімдерінің жиынын сан аралықтарымен жазуға болады.

Сан аралықтары (мысалдармен).

| Теңсіздік | Координаталық түзуде кескінделуі | Белгіленуі | Аталуы |
|-------------------|---|----------------|-------------------|
| $-1 < x < 4$ |  | $(-1; 4)$ | Интервал |
| $2 \leq x \leq 7$ |  | $[2; 7]$ | Кесінді |
| $-3 \leq x < 2$ |  | $[-3; 2)$ | Жартылай интервал |
| $x \geq 5$ |  | $[5; +\infty)$ | Сәуле |
| $x < 6$ |  | $(-\infty; 6)$ | Ашық сәуле |

- ▲ **911.** 36 мандарин;
918. 20 см. **923.** а) $[-2; 2]$; ө) $(-3; 3)$.
924. 1) 1; 2) -7 ; 3) -3 ; 4) 5.

5.4. Сан аралықтарының бірігуі мен қиылысуы

I. Сан аралықтарының бірігуі.

? **Есеп.** Координаталық түзуде $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының бірігуін табыңдар.

Нұсқауды пайдаланыңдар.

1. Координаталық түзуде $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарын кескіндеңдер.

2. Әрбір саны $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының біреуіне (кем дегенде $[-2; 7]$ немесе $[4; 11]$ аралықтарының біреуіне) немесе екеуіне де тиісті сан аралығын табыңдар.

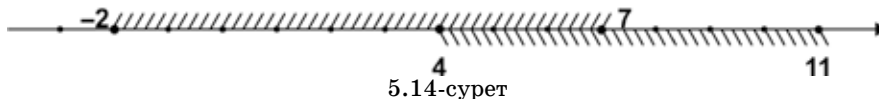
Мұндай сан аралығы $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының бірігуі деп аталады.

3. $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының бірігуін белгіленуімен жазыңдар.

4. Сан аралықтарының бірігуі ережесін тұжырымдаңдар.

Өзінді өзін тексер.

1. Координаталық түзуде $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарын кескіндейік (5.14-сурет).



2. $[-2; 11]$ аралығындағы сандар $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының біреуіне немесе екеуіне де тиісті. Демек, $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының бірігуі – $[-2; 11]$ сан аралығы.

3. $[-2; 7]$ және $[4; 11]$ сан аралықтарының бірігуі мына түрде жазылады:

$$[-2; 7] \cup [4; 11] = [-2; 11].$$

Жауабы: $[-2; 11]$.

4. A және B сан аралықтарының бірігуі ережесі.

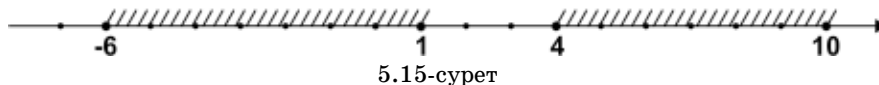
A және B сан аралықтарының кем дегенде біреуіне тиісті сандардан ғана тұратын $A \cup B$ аралығын A және B сан аралықтарының бірігуі деп атайды.

Сан аралықтарының бірігуі әрқашанда сан аралығы бола бермейді.

1-мысал. $[-6; 1]$ және $[4; 10]$ сан аралықтарын қарастырайық.

5.15-суретте координаталық түзуде $[-6; 1]$ және $[4; 10]$ сан аралықтары кескінделген. Координаталық түзу бойындағы кескіндері бойынша $[-6; 1]$ және $[4; 10]$ сан аралықтарының бірігуі сан аралығы болып табылмайды.

Жазылуы: $[-6; 1] \cup [4; 10]$.



Жауабы: $[-6; 1] \cup [4; 10]$.

II. Сан аралықтарының қиылысуы.

? **Есеп.** Координаталық түзуде $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ сан аралықтарының қиылысуын табыңдар.

Нұсқауды пайдаланыңдар.

1. Координаталық түзуде $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ сан аралықтарын кескіндеңдер.

2. Өрбір саны $(-\infty; 3]$ аралығына да, $[-4; +\infty]$ аралығына да тиісті сан аралығын табыңдар. Мұндай сан аралығын $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ аралықтарының қиылысу сан аралығы деп атайды.

3. $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ аралықтарының қиылысу сан аралығын белгіленуімен жазыңдар.

4. Сан аралықтарының қиылысу ережесін тұжырымдаңдар.

Өзіңді өзің тексер.

1. Координаталық түзуде $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ сан аралықтарын кескіндейік (5.16-сурет).



5.16-сурет

2. $[-4; 3]$ аралығындағы сандар жиыны $(-\infty; 3]$ сан аралығына да, $[-4; +\infty)$ сан аралығына да тиісті.

Демек, $[-4; 3]$ сан аралығы $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ сан аралықтарының қиылысуы.

3. $(-\infty; 3]$ және $[-4; +\infty)$ сан аралықтарының қиылысуының жазылуы.

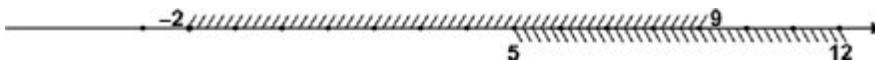
$$(-\infty; 3] \cap [-4; +\infty) = [-4; 3].$$

Жауабы: $[-4; 3]$.

4. A сан аралығына да, B сан аралығына да тиісті сандардан ғана тұратын $A \cap B$ аралығын A және B сан аралықтарының қиылысуы деп атайды.

2-мысал. $[-2; 9]$ және $[5; 12]$ сан аралықтарының қиылысу аралығын табайық.

Шешуі. 5.17-суретте координаталық түзудегі $[-2; 9]$ және $[5; 12]$ сан аралықтары кескінделген. $[5; 9]$ аралығындағы сандар жиыны $[-2; 9]$ сан аралығына да, $[5; 12]$ сан аралығына да тиісті.



5.17-сурет

Онда $[5; 9]$ аралығы $[-2; 9]$ және $[5; 12]$ сан аралықтарының қиылысуы болып табылады.

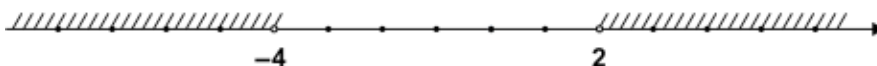
Жазылуы:

$$[-2; 9] \cap [5; 12] = [5; 9].$$

Жауабы: $[5; 9]$.

3-мысал. $(-\infty; -4)$ және $(2; +\infty)$ сан аралықтарының қиылысуын қарастырайық.

Шешуі. Координаталық түзуде $(-\infty; -4)$ және $(2; +\infty)$ сан аралықтарын кескіндейік (5.18-сурет).



5.18-сурет

$(-\infty; -4)$ және $(2; +\infty)$ сан аралықтарының ортақ сандар жиыны жоқ. Демек, $(-\infty; -4)$ және $(2; +\infty)$ сан аралықтарының қиылысулары – бос жиын. Жазылуы:

$$(-\infty; -4) \cap (2; +\infty) = \emptyset.$$

Жауабы: \emptyset .

4-мысал. $(-\infty; 7]$ және $[7; 12)$ сан аралықтарының қиылысуы бір ғана 7 саны, жазылуы:

$$(-\infty; 7] \cap [7; 12) = \{7\}.$$

Сан аралықтарының бірігуін (қиылысуын) табу үшін:

1. берілген сан аралықтарын координаталық түзуде кескіндеу керек;
2. берілген сан аралықтарының кем дегенде біреуіне (берілген сан аралықтарының барлығына) тиісті сандар жиынының аралығын табу керек;
3. сан аралықтарының бірігуін (қиылысуын) белгіленуімен жазу керек.



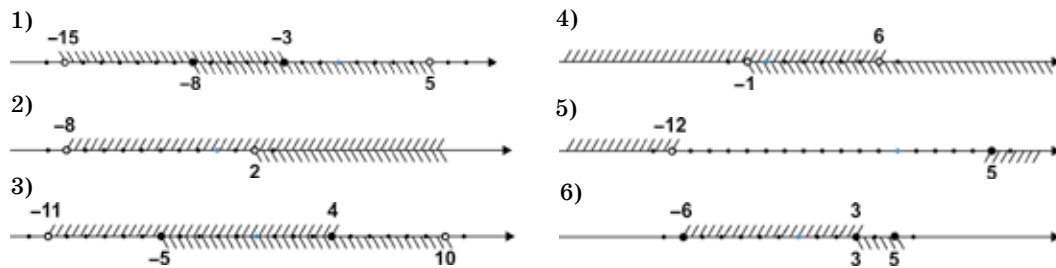
1. Қандай сан аралығын A және B сан аралықтарының бірігуі деп атайды?
2. Қандай сан аралығын A және B сан аралықтарының қиылысуы деп атайды?
3. Қандай жағдайда сан аралықтарының қиылысуы бос жиын болады?

925. Мына сан аралығына тиісті ең үлкен бүтін санды табыңдар:

- 1) $[-8; 3]$; 2) $(-7; 0)$; 3) $(-\infty; -4]$; 4) $[-1; 19]$.

A

926. 5.19-суретте кескінделген сан аралықтарының қиылысуын жазыңдар:



5.19-сурет

927. Координаталық түзуді пайдаланып, сан аралықтарының бірігуін табыңдар:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1) $(-12; 8]$ және $[5; 11)$; | 4) $(-2; 3]$ және $[6; 10)$; |
| 2) $(-\infty; -3)$ және $[-5; 4)$; | 5) $[-7; -1]$ және $[-3; 7]$; |
| 3) $[2; +\infty)$ және $(7; +\infty)$; | 6) $(-\infty; 1)$ және $(-4; 10)$. |

928. Мына сан аралықтарына тиісті ең үлкен бүтін санды және ең кіші бүтін санды жазыңдар:

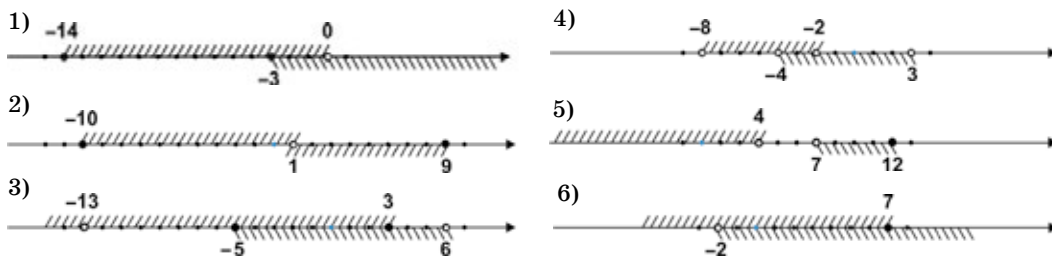
- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 1) $[-13; 4] \cup (-1; 15)$; | 2) $(-9; 5] \cap [-4; 12)$. |
|-------------------------------|------------------------------|

B

929. Сан аралықтарының қиылысуындағы бүтін сандарды жазыңдар:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $(-6; 2]$ және $(-3; 7]$; | 2) $(-7; 7)$ және $[-2; 3]$. |
|-------------------------------|-------------------------------|

930. 5.20-суретте кескінделген сан аралықтарының бірігуін жазыңдар:



5.20-сурет

- 931.**
- Сан аралықтарын координаталық түзуде кескіндеңдер;
 - Сан аралықтарының қиылысуын тауып, оны белгіленуімен жазыңдар;
 - Сан аралықтарының қиылысуындағы ең үлкен бүтін санды көрсетіңдер:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------|
| 1) $(-8; 6]$ және $[-5; 8)$; | 4) $(-4; 2)$ және $(-7; -1)$; |
| 2) $(-\infty; 0]$ және $[-9; 3)$; | 5) $[-9; 9]$ және $[-1; 14]$; |
| 3) $(-\infty; -2]$ және $[-2; 7]$; | 6) $(-6; 6)$ және $[-4; 4]$. |

- 932.**
- Сан аралықтарын координаталық түзуде кескіндеңдер;
 - Сан аралықтарының бірігуін тауып, оны белгіленуімен жазыңдар;
 - Сан аралықтарының бірігуіндегі ең кіші бүтін санды көрсетіңдер:

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| 1) $[-8; 2]$ және $[1; 9)$; | 4) $(-11; 3]$ және $[-2; 7)$; |
| 2) $(-6; 7)$ және $(-2; 4)$; | 5) $[-7,5; -3]$ және $[0; 4]$; |
| 3) $(-9,3; 1)$ және $(5; +\infty)$; | 6) $(-5; 0)$ және $(-1; 6)$. |

933. Координаталық түзуді пайдаланып, сан аралықтарының қиылысуын, бірігуін тауып, кестені толтырыңдар:

| | | | | |
|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Сан аралығы | $[-3; 5]$ және $[-1; 9]$ | $(-5; 7]$ және $[7; 12)$ | $(-4; 8]$ және $[0; 10)$ | $(-7; 3]$ және $[6; 15]$ |
| Сан аралықтарының қиылысуы | | | | |
| Сан аралықтарының бірігуі | | | | |

С

- 934.** Координаталық түзуді пайдаланып, сан аралықтарының қиылысуын табыңдар:
- $(-7; 5]$, $(-4; +\infty)$ және $[-1; 9]$;
 - $(-\infty; -6]$, $[-6; +\infty)$ және $[-6; 1]$;
 - $(-8; 7)$, $(-5; 10)$ және $[-3; 2]$;
 - $(-\infty; 5]$, $(-4; +\infty)$ және $[-2; +9]$.

- 935.** Координаталық түзуді пайдаланып, сан аралықтарының бірігуін табыңдар:
- $(-\infty; 5]$, $(-2; +\infty)$ және $[0; 8]$;
 - $(-7; 5)$, $(-1; 9)$ және $(7; 12)$;
 - $[-3; 1)$, $[1; 5)$ және $[5; 8]$;
 - $(-8; -3)$, $(-5; 2)$ және $(0; 10)$.

- 936.** 1) Екі ашық сәуленің қиылысуы $(3; 7)$ интервалы болатын сан аралықтарын құрастырыңдар;
2) Екі сәуленің қиылысуы $[-2; 5]$ кесіндісі болатын сан аралықтарын құрастырыңдар.

937. Есептеңдер:

$$\frac{\left(3 - 2\frac{5}{9}\right) : \frac{1}{12}}{\left(1,35 - \frac{4}{15}\right) \cdot \frac{3}{13} + 2\frac{5}{12}} + \frac{\left(\frac{7}{18} + \frac{5}{12} - \frac{2}{3}\right) \cdot 0,9}{0,1 : \left(2\frac{1}{15} + \frac{1}{3}\right)}$$

Тақырыптың түйіні.

Сан аралықтарының бірігуі және қиылысуы.

I. Сан аралықтарының бірігуі.

А және В сан аралықтарының кем дегенде біреуіне тиісті сандар жиынын А және В сан аралықтарының бірігуі деп атайды.

1-мысал.



$$[-5; 9] \cup [-2; 14] = [-5; 14],$$

мұндағы $[-5; 14]$ сан аралығы $[-5; 9]$ және $[-2; 14]$ сан аралықтарының бірігуі (1-сурет).

II. Сан аралықтарының қиылысуы

А және В сан аралықтарының ортақ бөлігін құрайтын сандар жиынын А және В сан аралықтарының қиылысуы деп атайды.

2-мысал.



2-сурет

$$[-3; 10] \cap [-1; 15] = [-1; 10],$$

мұндағы $[-1; 10]$ сан аралығы $[-3; 10]$ және $[-1; 15]$ сан аралықтарының қиылысуы (2-сурет).

| | | | |
|--------|---------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| ▲ 926. | 3) $[-5; 4]$; | 5) \emptyset ; | 6) $\{3\}$; |
| 927. | 2) $(-\infty; 4)$; | 3) $[2; +\infty)$; | 4) $(-2; 3] \cup [6; 10)$. |
| 930. | 4) $(-8; 3)$; | 6) $(-\infty; +\infty)$; | |
| 931. | 1) $[-5; 6]$; 6 саны; | 2) $[-9; 0]$, 0 саны; | 3) $\{-2\}$. |
| 934. | 1) $[-1; 5]$; | 4) $[-2; +5]$; | |
| 935. | 1) $(-\infty; +\infty)$; | 3) $[-3; 8]$; | 937. 5. |



Теңсіздіктерді шешіп үйреніңдер:

1) $4x - 5 < 3x + 1$.

Жауабы: $x < 6$;

2) $3x + 7 > x + 15$.

Жауабы: $x > 4$.

Үлгі. $4x + 3 > x + 18$.

$$4x - x > 18 - 3, 3x > 15, x > 5.$$

Жауабы: $x > 5$ немесе $(5; +\infty)$.

5.5. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік. Мәндес теңсіздіктер. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу

I. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік.

$ax > b$ және $ax < b$ (немесе $ax \geq b$ және $ax \leq b$) түріндегі теңсіздіктер бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер деп аталады. Мұндағы a және b – қандай да бір сандар, x – айнымалы (белгісіз).

Мысалы,

$$5x - 2 < 8; x - 5 > 0; 3x + 5 > 21 - x; \frac{x + 4}{2} < \frac{x + 7}{3} - \text{бір айнымалысы бар}$$

сызықтық теңсіздіктер.

Бір айнымалысы бар теңсіздіктің шешімі деп, айнымалының теңсіздікті тура санды теңсіздікке айналдыратын мәндерінің жиынын айтады.

Теңсіздікті шешу дегеніміз – оның барлық шешімдер жиынын табу немесе шешімдерінің болмайтынын дәлелдеу.

II. Мәндес теңсіздіктер.

Шешімдері бірдей теңсіздіктер мәндес теңсіздіктер деп аталады.

Шешімдері болмайтын теңсіздіктер де мәндес теңсіздіктер болып есептеледі.

Теңсіздіктерді шешуде теңсіздіктерді мәндес теңсіздіктерге түрлендіру пайдаланылады.

Теңсіздікті мәндес теңсіздікке түрлендіру ережесі.

1. Егер теңсіздік құрамындағы қосылғыш теңсіздіктің бір жақ бөлігінен екінші жақ бөлігіне қарама-қарсы таңбамен көшірілсе, берілген теңсіздік мәндес теңсіздікке түрленеді.

1-мысал. $3x - 7 < x + 3$ және $3x - x < 3 + 7$ – мәндес теңсіздіктер.

2. Егер теңсіздіктің екі жақ бөлігі де бірдей оң санға көбейтілсе немесе бөлінсе, берілген теңсіздік мәндес теңсіздікке түрленеді.

2-мысал. $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} \geq \frac{5}{6}$ және $12\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{3}\right) \geq \frac{5}{6} \cdot 12$ – мәндес теңсіздіктер.

3. Егер теңсіздіктің екі жақ бөлігі де бірдей теріс санға көбейтіліп немесе бөлініп, сонымен бірге теңсіздік белгісі қарама-қарсы теңсіздік белгісіне өзгертілсе, берілген теңсіздік мәндес теңсіздікке түрленеді.

3-мысал. $-4x < 12$ және $x > -3$ – мәндес теңсіздіктер.

III. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу.

?

Есеп. $5x - 1 \geq 3x + 7$ теңсіздігін шешіңдер.

Нұсқауды пайдаланыңдар.

1. Теңсіздіктің сол жағына x айнымалысы бар мүшелерді, ал оң жағына бос мүшелерді (сан қосылғыштарды) жинақтаңдар.

2. Ұқсас қосылғыштарды біріктіріңдер.

3. Теңсіздіктің екі жақ бөлігін де айнымалы x -тің коэффициентіне (егер ол 0-ге тең болмаса) бөліңдер.

Жауабын теңсіздік түрінде немесе сан аралығы түрінде жазыңдар.

4. Қорытынды.

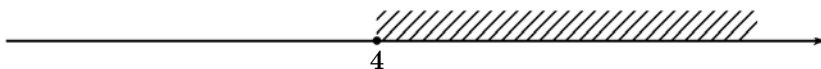
Егер $ax \geq b$ теңсіздігіндегі $a > 0$ болса, онда берілген теңсіздіктің шешімдер жиыны қандай теңсіздікті қанағаттандырады немесе қандай сан аралығына тиісті?

Өзіңді өзің тексер.

Шешуі:

1. $5x - 1 \geq 3x + 7,$
 $5x - 3x \geq 7 + 1,$
2. $2x \geq 8,$
3. $x \geq 4.$

Теңсіздіктің шешімдерінің жиыны – $[4; +\infty)$ аралығы (5.21-сурет).



5.21-сурет

Теңсіздіктің шешімдерінің жиынын $[4; +\infty)$ аралығы түрінде немесе $x \geq 4$ теңсіздігі түрінде жазуға болады.

Жауабы: $[4; +\infty)$ немесе $x \geq 4.$

4. Қорытынды.

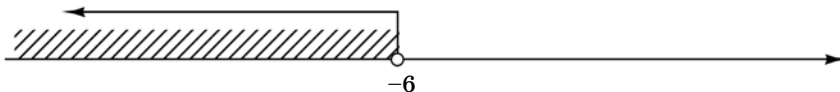
Егер $ax \geq b$ теңсіздігінде $a > 0$ болса, онда $x \geq \frac{b}{a}$. Демек, берілген теңсіздіктің шешімдер жиыны: $\left[\frac{b}{a}; +\infty \right)$ аралығы болады.

Егер $ax > b$ теңсіздігінде $a < 0$ болса, онда $x < \frac{b}{a}$. Демек, берілген теңсіздіктің шешімдер жиыны: $\left(-\infty; \frac{b}{a} \right)$ аралығы болады.

4-мысал. $\frac{x}{2} - \frac{5x}{3} > 7$ теңсіздігінің екі жағын да 6-ға көбейтеміз, себебі ЕКОЕ (2; 3)=6, $6 \cdot \frac{x}{2} - \frac{5x}{3} \cdot 6 > 7 \cdot 6,$

$$\begin{aligned} 3x - 10x &> 42, \\ -7x &> 42, \\ x &< -6. \end{aligned}$$

Теңсіздіктің шешімдер жиыны – $(-\infty; -6)$ аралығы (5.22-сурет).



5.22-сурет

Жауабы: $(-\infty; -6).$

Егер $a = 0$ және $b > 0$ болса, $0x > b$ теңсіздігінің шешімдері болмайды. Себебі x -тің кез келген мәнінде ол теңсіздік тура емес.

5-мысал. $7(x+1)-4x>3x+16,$
 $7x+7-4x>3x+16,$
 $3x-3x>16-7,$
 $0x>9.$

$0x>9$ теңсіздігі x -тің кез келген мәнінде тура емес. Теңсіздіктің шешімдері жоқ, яғни шешімдері – бос жиын.

Жауабы. \emptyset .

Егер $a=0$ және $b<0$ болса, $0x>b$ теңсіздігі x -тің кез келген мәнінде тура теңсіздік болады. Мұндай жағдайда теңсіздіктің шешімдері координаталық түзу бойындағы кез келген нүктеге сәйкес, кез келген сан, яғни $(-\infty; +\infty)$ аралығы.

6-мысал. $6x+17>2(3x+4),$
 $6x+17>6x+8,$
 $6x-6x>8-17,$
 $0x>-9.$

Жауабы: $(-\infty; +\infty)$.



1. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік деп қандай теңсіздікті айтады?
2. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктің шешімі дегеніміз не?
3. Теңсіздіктер мәндес теңсіздіктерге қалай түрлендіріледі?

938. Теңсіздіктерді шешіндер (ауызша):

- | | | |
|-------------|-------------|--------------|
| 1) $3x>15;$ | 3) $4x>16;$ | 5) $7x>3,5;$ |
| 2) $2x<1;$ | 4) $5x<20;$ | 6) $6x<3.$ |

A

939. 1) $-3; -1,5;$ 2 сандарының қайсылары $9-2x\geq 12$ теңсіздігінің шешімі болады?
 2) $1; 8; 2;$ 3 сандарының қайсылары $3x-5\leq 7$ теңсіздігінің шешімі болады?

940. Теңсіздіктерді шешіп, шешімдер жиынын сан аралығы арқылы көрсетіндер:

- | | | |
|------------------|-----------------|-------------------|
| 1) $3x\geq -18;$ | 3) $5y\geq 16;$ | 5) $8x\geq 24;$ |
| 2) $-8x\leq 32;$ | 4) $6,5y> 13;$ | 6) $7,5x\leq 30.$ |

941. Теңсіздіктерді шешіндер:

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| 1) $x-3\leq 11;$ | 3) $x+5> -3;$ | 5) $11\geq x+2;$ |
| 2) $-3< y-4;$ | 4) $2y\leq y+8;$ | 6) $3y> 5y+4.$ |

942. Теңсіздіктерді шешіп, шешімдер жиынын координаталық түзуде кескіндеңдер:

- | | | |
|-------------------|----------------|-------------------|
| 1) $x-3\geq -13;$ | 3) $x+3> 5;$ | 5) $4x+5\leq 21;$ |
| 2) $x+1\leq 9;$ | 4) $2x+7< 11;$ | 6) $9x-7> -25.$ |

943. Теңсіздіктерді шешіңдер:

- 1) $3x-7 < x+1$; 3) $1-x \leq 2x-5$; 5) $4x+2 > 3x+1$;
 2) $2+x > 8-x$; 4) $2x+1 > x+6$; 6) $6x+1 < 2x+9$.

944. 1) x -тің қандай мәндерінде өрнектің мәні теріс сан болады:

$2x-5$; $1,4x-7$; $6-x$?

2) y -тің қандай мәндерінде өрнектің мәні оң сан болады:

$1-y$; $y+8$; $3y-4,5$?

Теңсіздік құру арқылы шығарыңдар (945–947).

945. Квадраттың периметрі 20 сантиметрден артық, бірақ 28 сантиметрден кем. Квадраттың қабырғасының ұзындығын бағалаңдар.

946. Айман 2 дәптер және 50 теңгеге бір қаламсап сатып алып, барлығына 170 теңгеден кем ақша төледі. Дәптердің бағасын бағалаңдар.

947. Екі қаланың арақашықтығы 300 километрден кем болатын. Пойыз бір қаладан шығып, екінші қалаға қарай 3 сағ жүргенде екінші қалаға дейін 45 км қашықтық қалды. Пойыздың жылдамдығын бағалаңдар.

948. 9 сақинаның біреуінің массасы өзгелерінің массаларынан өзгеше. Кіртастары жоқ табақшалы таразымен үш рет өлшеп, массасы өзгеше сақинаның өзге сақиналардан ауыр немесе жеңіл екенін қалай білуге болады?

949. Теңдеуді шешіңдер:

Е. $\frac{10}{x-4} = 2$; Т. $\frac{6-5y}{2} = -4,5$; В. $\frac{2y+1}{3} = 5$; И. $\frac{6,2}{3y+1} = 2$.

| | | | |
|---|-----|---|---|
| 7 | 0,7 | 9 | 3 |
| | | | |

Кестедегі берілген теңдеудің шешімімен бір бағанға сол теңдеудің тұсындағы әріпті қойыңдар. Сонда кестеден математикаға шартты белгілеулер (символдар) жүйесін енгізген және санды әріппен белгілеуді енгізген француз математигінің кім екенін білесіңдер.

В

950. 1) x -тің қандай мәндерінде $7,6+2x-(3x-6,4)$ өрнегінің мәні оң сан болады?

2) y -тің қандай мәндерінде $y+2,8+(9,8-3y)$ өрнегінің мәні теріс сан болады?

951. Теңсіздікті шешіндер:

1) $5y + 9 \geq 3 - 7y$;

4) $6 - 5y > 3y - 2$;

2) $3x + 1 \geq 4x - 5$;

5) $3 - 7y > 5y - 3$;

3) $\frac{1}{4} - \frac{y}{3} \geq \frac{1}{3} - y$;

6) $\frac{x}{6} + \frac{1}{2} > x - \frac{1}{3}$.

952. Теңсіздікті шешіндер:

1) $3 - 2(u - 1) > 8 + u$;

4) $4(u + 3) < 3(u + 2)$;

2) $5(u + 2) + 14 < 6 - u$;

5) $3(2u + 1) \geq 5(u - 1)$;

3) $\frac{1}{4}(3 + 8u) \geq 6,25 + u$;

6) $\frac{3}{5}\left(5u - \frac{2}{3}\right) < u + 7,6$.

953. 1) x -тің қандай мәндерінде:

$\frac{9 + 2x}{5}$; $\frac{10 - 3x}{4}$; $\frac{5x - 13}{2x - 1}$; $\frac{2x + 5}{x + 6}$

бөлшектері дұрыс бөлшек болады?

2) x -тің қандай мәндерінде:

$\frac{2 - x}{3}$; $\frac{3x + 7}{10}$; $\frac{5 - 2x}{2 - 3x}$; $\frac{7x - 8}{2x + 7}$

бөлшектері бұрыс бөлшек болады?

954. Теңсіздікті шешіндер:

1) $2(3x + 1) - x \geq 3(x + 4)$;

4) $7(y + 3) - 2(y + 2) \geq 2(5y + 1)$;

2) $7x + 4(x - 2) > 6(1 + 3x)$;

5) $6(3 + 5y) - (2 + 7y) \geq 5(4 + 3y)$;

3) $2(x - 1) - 3(x + 2) < 6(1 + x)$;

6) $4(3y - 1) - 3(y - 1) > 2(3 + y)$.

Теңсіздік құру арқылы шығарыңдар (955–958).

955. Тік төртбұрыштың ұзындығы 11 см. Оның периметрі қабырғасы 8 см квадраттың периметрінен кем болуы үшін, ені неше сантиметрден кіші болуы керек?

956. Саяхатшылар қайықпен A пунктiнен B пунктiне 3 сағ 30 минуттан кем уақытта барып қайтты. Қайықтың тынық судағы жылдамдығы 5 км/сағ, ағыс жылдамдығы 2 км/сағ. A пунктi мен B пунктiнiң арақашықтығы неше километр болуы мүмкiн?

957. Бiрiншi тракторшы 90 га жер жыртқанда екiншi тракторшы 80 га жер жыртып қойған едi. Бiрiншi тракторшы 1 күнде 4 га жер жыр-

тады. Екінші тракторшы 1 күнде 6 га жер жыртады. Неше күннен кейін екінші тракторшының жыртқан жері бірінші тракторшының жыртқан жерінен артық болады?

958. Тігін шеберханасы жейделер мен көйлектер тігу үшін дүкеннен 51 м мата сатып алды. Әрбір жейде 2 м матадан тігілсе, әрбір көйлек 2,5 метрден кем емес матадан тігіледі. Тігін шеберханасы сатып алған матадан 8 жейде тіксе, қалған мата неше көйлек тігуге жететінін бағалаңдар.

959. Амалдарды орындаңдар:

$$1) \frac{7,2 \cdot (-3,8) \cdot (-0,04)}{0,8 \cdot (-0,19) \cdot (-3,6)}; \quad 2) \frac{\left(3\frac{1}{8} - 7\frac{5}{6}\right) : \left(-4\frac{17}{24}\right) \cdot (-1,8)}{0,3 \cdot \left(5\frac{1}{9} \cdot \frac{6}{23} - 4\right) : \left(-1\frac{1}{3}\right)}.$$

С

960. Теңсіздікті шешіңдер:

$$1) 7 \cup 2x + 3 \cup 11; \quad 3) -2 < \frac{8+x}{7} < 4;$$

$$2) -3 < 1 + 2x \cup 7; \quad 4) -7 \cup \frac{2x+1}{2} < 2.$$

961. Теңсіздікті шешіңдер:

$$1) 9 - \frac{5x+1}{2} > x + 5; \quad 3) \frac{4+y}{2} - \frac{y+2}{7} < y + 3;$$

$$2) 1,75 + \frac{2x}{3} < x + 1\frac{2}{3}; \quad 4) 4 + \frac{7y-3}{5} > \frac{3y+5}{4} - \frac{3y}{2}.$$

962. Теңсіздікті шешіңдер:

$$1) \frac{7x+2}{6} - x \cup \frac{5x+4}{3} - 4x; \quad 3) \frac{9-5x}{2} - \frac{4x}{3} < x - \frac{3x-1}{6};$$

$$2) \frac{4x+1}{3} - x > \frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{4}; \quad 4) \frac{5x-3}{4} - \frac{11x}{6} \cup \frac{2(1-x)}{3} + \frac{3x}{2}.$$

Теңсіздік құру арқылы шығарыңдар (**963–965**).

963. Атқыш 15 рет атты. Ол әрбір атқанда нысанаға дәл тигізгені үшін 6 ұпай алатын болса, әрбір бос атқаны үшін 2 ұпайынан айырылады. Атқыш ойын соңында 34 ұпайдан артық жинауы үшін, оның нысанаға дәл тигізу санын бағалаңдар.

964. Құлан мен Шудың арасы 110 км. Құланнан 14 км/сағ жылдамдықпен велосипедші шыққан уақытта оған қарама-қарсы бағытта Шудан мотоциклші шықты. Олар бір-бірімен 2,5 сағаттан кем уақыт өткенде кездесуі үшін мотоциклшінің жүру жылдамдығы қандай болуы керек екенін бағаландар.
965. Өзен жағасындағы A пункті мен B пунктінің арақашықтығы 56 км-ден кем емес. Саяхатшылар 3 сағ 45 мин-та моторлы қайықпен A пунктінен B пунктіне барып қайтты. Моторлы қайықтың меншікті жылдамдығы 30 км/сағ, ағыс жылдамдығы 2 км/сағ. Саяхатшылар моторлы қайықпен A пунктінен B пунктіне ағыспен жүзіп, қанша уақытта баратынын бағаландар.

966. Есептеңдер:

$$\frac{\left(2\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{4}{9} + \left(4,8 - 1\frac{2}{5}\right) : 0,68}{\left(8\frac{1}{6} - 3\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{6} + 29 : \left(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{8}\right)}.$$

Тақырыптың түйіні.

I. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер.

$ax > b$ және $ax < b$ ($ax \geq b$ және $ax \leq b$) теңсіздіктері бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер. Мұндағы a және b – қандай да бір сандар, x – айнымалы (белгісіз).

1-мысал. $2(x + 3) > 9$; $4x - 5 \leq x + 1$; $7x > 4x + 15$ – бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер.

II. Мәндес теңсіздіктер.

Шешімдері бірдей теңсіздіктер өзара мәндес теңсіздіктер, шешімдері болмайтын теңсіздіктер де өзара мәндес теңсіздіктер деп аталады.

2-мысал. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} \geq 2$ және $4x - 3x < 24$ теңсіздіктері – мәндес теңсіздіктер.

III. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу.

3-мысал. $4(x - 3) + 5x \geq 3x$ теңсіздігін шешейік.

$4x - 12 + 5x \geq 3x$ – жақша ашылып түрлендірілді;

$4x + 5x - 3x \geq 12$ – айнымалысы (x) бар қосылғыштар теңдеудің сол жағына, сан қосылғыштар теңдеудің оң жағына қарама-қарсы таңбамен шығарылды;

$6x \geq 12$ – ұқсас қосылғыштар біріктірілді:

$x \geq 2$ – теңсіздіктің екі жағы да айнымалының (белгісіздің) коэффициентіне бөлінді.

Жауабы: $[2; +\infty)$ немесе $x \geq 2$.

- ▲ **947.** 85 км/сағ-тан кем. **950.** 1) $x < 14$; 2) $y > 6,3$.
- 951.** 1) $(-\infty; -0,5]$; 2) $[6; +\infty)$; 3) $\left[\frac{1}{8}; +\infty\right)$; 4) $(-\infty; 1)$;
5) $(-\infty; 0,5]$; 6) $(-\infty; 1)$.
- 952.** 1) $(-\infty; -1)$; 2) $(-\infty; -3)$; 3) $[5,5; +\infty)$;
4) $(-\infty; -6)$; 5) $[-8; +\infty)$; 6) $(-\infty; 4)$.
- 954.** 1) $(-\infty; 5]$; 2) $(-\infty; -2)$; 3) $(-2; +\infty)$; 4) $(-\infty; 3]$;
5) $(-\infty; 0,5]$; 6) $(1; +\infty)$.
- 955.** 5 см-ден кем. **956.** 7,35 км-ден кем. **957.** 5 күннен кейін.
- 958.** 14 көйлектен артық емес. **959.** 1) 2; 2) -3.
- 960.** 1) $[2, 4]$; 2) $(-2; 3]$; 3) $(-22; 20)$; 4) $[-7,5; 1,5)$.
- 961.** 1) $(-\infty; 1)$; 2) $(0,25; +\infty)$; 3) $(-2; +\infty)$; 4) $(-1; +\infty)$.
- 962.** 1) $(-\infty; 0,4]$; 2) $(11; +\infty)$; 3) $(1; +\infty)$; 4) $(-\infty; -1]$.
- 963.** 8 реттен артық. **964.** 30 км/сағ-тан артық.
- 965.** 1 сағ 45 минуттан кем емес. **966.** 1.



Есептеулерде бір айнымалының (белгісіздің) мәнін табу үшін, екі немесе бірнеше теңсіздік құрастыру тәсілі де пайдаланылады. Бұл жағдайда теңсіздіктердің барлығын қанағаттандыратын айнымалының мәндерінің жиыны ортақ шешім болады. Сондықтан мұндай теңсіздіктер бір жүйеге біріктіріліп шешіледі.

Есеп. Оқушы бүтін сан ойлады. Ойлаған санға оның $\frac{1}{4}$ -ін қосса, 10-нан үлкен сан шығады. Егер ойлаған саннан оның $\frac{1}{2}$ -ін азайтса, 5-тен кіші сан шығады. Оқушы қандай сан ойлады?
Жауабы: $8 < x < 10$.

5.6. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешу

Бір айнымалысы бар екі немесе бірнеше теңсіздіктің шешімдері ортақ болған жағдайда, оларды теңсіздіктердің бір жүйесіне біріктіруге болады.

Бір жүйеге біріктірілетін теңсіздіктер фигуралық жақшамен жазылады.

Мысалы, $2x+1 > 5$ және $x-3 < 2$ теңсіздіктері бір жүйеге біріктірілгенде:

$$\text{генде: } \begin{cases} 2x + 1 > 5, \\ x - 3 < 2 \end{cases} \text{ түрінде жазылады.}$$

Бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесінің шешімі дегеніміз жүйедегі теңсіздіктердің әрқайсысын тура теңсіздікке айналдыратын айнымалының мәндері.

Теңсіздіктер жүйесін шешу дегеніміз – ондағы теңсіздіктердің әрқайсысын тура санды теңсіздікке айналдыратын айнымалының мәндерінің жиынын табу немесе шешімдерінің болмайтындығын дәлелдеу.

Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесінің шешімдерін табу үшін:

- 1) жүйедегі теңсіздіктердің әрқайсысының шешімдерін табу керек;
- 2) табылған шешімдерді бір координаталық түзуде кескіндеу керек;
- 3) координаталық түзуден жүйедегі теңсіздіктердің ортақ шешімдерін табу керек немесе бірде-бір шешімі болмайтындығын дәлелдеу керек.

Жүйедегі теңсіздіктердің шешімдері жиындарының қиылысуы жүйенің шешімдері болады.

Жүйенің шешімдері сан аралығымен немесе теңсіздікпен жазылады.

Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешуді үйренейік.

1-мысал. Оқушы 4 дәптер сатып алу үшін 200 теңгеден артық ақша төлейді. Егер дәптердің бағасы 20 теңгеге қымбаттаса, ол 360 теңгеден кем ақша төлейді. Дәптердің алғашқы бағасы неше теңге?

Шешуі. x (тг) – дәптердің алғашқы бағасы.

$$\text{Есептің шарты бойынша: } \begin{cases} 4x > 200, \\ 4(x + 20) < 360. \end{cases}$$

Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесі құрылады.

$$\text{Демек, есепті шығару үшін } \begin{cases} 4x > 200, \\ 4(x + 20) < 360 \end{cases} \text{ теңсіздіктер жүйесінің}$$

шешімдерін табу керек. Ол үшін жүйедегі теңсіздіктердің әрқайсысын онымен мәндес теңсіздікке түрлендіреміз:

$$\begin{cases} x > 50, \\ x + 20 < 90; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 50, \\ x < 70. \end{cases}$$

Теңсіздіктердің табылған шешімдерін: $x > 50$ және $x < 70$ -ті бір координаталық түзуде кескіндегенде (5.23-сурет), олардың ортақ шешімдерінің жиыны $(50; 70)$ аралығы болады. Себебі

$$(50; +\infty) \cap (-\infty; 70) = (50; 70).$$



5.23-сурет

Онда жүйедегі теңсіздіктердің ортақ шешімдер жиыны $(50; 70)$ аралығы немесе $50 < x < 70$ қос теңсіздігі.

Жауабы: дәптердің бағасы 50 тг-ден артық, бірақ 70 тг-ден кем.

2-мысал. Теңсіздіктер жүйесін шешейік:

$$\begin{cases} 9x - 5 \geq 13, \\ 6x - 7 \leq 23. \end{cases}$$

Теңсіздіктердің әрқайсысын онымен мәндес теңсіздікке түрлендіргенде:

$$\begin{cases} 9x \geq 18, & \begin{cases} x \geq 2, \\ x \geq 5. \end{cases} \\ 6x \geq 30; \end{cases}$$

Теңсіздіктердің әрқайсысының шешімдері болатын сандар жиынын бір координаталық түзуде кескіндегенде (5.24-сурет): $x \geq 2$ және $x \geq 5$.



5.24-сурет

Онда теңсіздіктер жүйесінің шешімдер жиыны $[5; +\infty)$ немесе $x \geq 5$.

Жауабы: $[5; +\infty)$.

Жүйедегі теңсіздіктердің ортақ шешімдері болмайтын жағдайды қарастырайық.

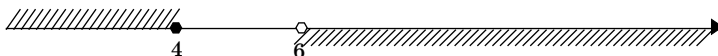
3-мысал. Теңсіздіктер жүйесін шешейік:

$$\begin{cases} 3x + 2 \geq 14, \\ 4x - 3 > 21. \end{cases}$$

Жүйедегі теңсіздіктердің әрқайсысын мәндес теңсіздікке түрлендіргенде:

$$\begin{cases} 3x \geq 12, & \begin{cases} x \geq 4, \\ x > 6. \end{cases} \\ 4x > 24; \end{cases}$$

Теңсіздіктердің шешімдерін бір координаталық түзуде кескіндегенде (5.25-сурет) $x \leq 4$ және $x > 6$.



5.25-сурет

Теңсіздіктердің ортақ шешімдері бос жиын (\emptyset). Демек, берілген теңсіздіктер жүйесінің шешімдері болмайды.

Жауабы: \emptyset .

4-мысал. $17 < 4x - 3 < 33$ қос теңсіздігінің шешімдерін табайық. $17 < 4x - 3 < 33$ қос теңсіздігін теңсіздіктер жүйесі түрінде жазайық:

$$\begin{cases} 4x - 3 > 17, \\ 4x - 3 < 33. \end{cases}$$

Теңсіздіктердің әрқайсысын мәндес теңсіздікке түрлендіргенде:

$$\begin{cases} 4x > 20, & \begin{cases} x > 5, \\ x < 9. \end{cases} \\ 4x < 36; \end{cases}$$

Осы мысалды қос теңсіздік түрінде де жазып, шешуге болады.

$$\begin{aligned} 17 < 4x - 3 < 33, \\ 17 + 3 < 4x < 33 + 3, \\ 20 < 4x < 36, \\ 5 < x < 9. \end{aligned}$$

Теңсіздіктер жүйесінің шешімдер жиыны (5; 9) аралығы немесе $5 < x < 9$.

Жауабы: (5; 9).



1. Қандай теңсіздіктер бір жүйеге біріктіріледі?
2. Бір айнымалысы бар теңсіздіктер жүйесінің шешімі дегеніміз не?
3. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесінің шешімдерін қалай табуға болады?

967. 2 саны теңсіздіктер жүйесінің шешімі бола ма (а у ы з ша):

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} 3x + 4 \geq 13, \\ x - 1 > -5; \end{cases} & 2) \begin{cases} x + 4 < 0, \\ 2x - 3 > 5; \end{cases} & 3) \begin{cases} 4x - 3 \leq 5, \\ x - 7 < 0? \end{cases} \end{array}$$

A

968. Теңсіздіктер жүйесінің шешімдерін сан аралықтарымен жазып, координаталық түзудің бойында кескіндеңдер:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} x \leq 7, \\ x \geq 10; \end{cases} & 3) \begin{cases} x < 4, \\ x < 7; \end{cases} & 5) \begin{cases} x < -4, \\ x > 3; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} x > 3, \\ x < 6; \end{cases} & 4) \begin{cases} x > -1, \\ x \leq 2; \end{cases} & 6) \begin{cases} x \leq 0, \\ x > -5. \end{cases} \end{array}$$

969. Теңсіздіктер жүйесінің шешімдерін табыңдар:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} 2x + 7 \leq 1, \\ x - 3 < 1; \end{cases} & 3) \begin{cases} 4x + 9 > -15, \\ 2 - x \geq 5; \end{cases} & 5) \begin{cases} 7x + 9 < 2x - 1, \\ 4 + 11x > 9x - 14; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} 3y < 21, \\ 4 - y > 0; \end{cases} & 4) \begin{cases} 2x + 3 \leq x - 1, \\ 5x - 22 \geq x + 2; \end{cases} & 6) \begin{cases} x \leq 0, \\ x - 5 > 2x + 1. \end{cases} \end{array}$$

970. Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} 3(x - 1) < x - 3, \\ 5(x + 3) > 2x + 3; \end{cases} & 3) \begin{cases} 3(2y - 3) \geq y + 6, \\ 4(3y + 1) \leq 5y - 10; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} 2(y - 2) \leq 3y + 1, \\ 5(y + 1) \geq 4y + 3; \end{cases} & 4) \begin{cases} 2(3x + 2) > 5(x - 1), \\ 7(x + 2) < 3(2x + 3). \end{cases} \end{array}$$

971. Қос теңсіздіктердің шешімдерін табындар:

- 1) $-2 < 3x + 1 < 7$; 3) $3 < 7 - 4x < 15$;
 2) $2 < 5x - 3 < 17$; 4) $-12 < 2(x + 3) < 4$.

972. Тік төртбұрыштың ені 5 см, оның периметрі 26 см-ден кем. Тік төртбұрыштың ұзындығын бағалаңдар.

973. Берілген бүтін сан мен сол санның $\frac{1}{3}$ -інің қосындысы 36-дан кем. Берілген сан мен оның $\frac{1}{2}$ -інің айырмасы 11-ден артық. Берілген бүтін санды бағалаңдар.

974. Амалдарды орындаңдар:

- 1) $4,86 : (-1,8) - 0,8 \cdot 2,3 + 6$; 3) $3,04 : (-1,6) + 16,16 : 16 + 7$;
 2) $13,44 : (0,65 - 0,23 \cdot 15)$; 4) $(99,99 - 6,54) : (-62,3) \cdot (-0,3)$.

B

975. Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер:

- 1) $\begin{cases} x > 1, \\ x > 2,5 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} x < -1,5, \\ x > -2; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 0,6x \geq 9, \\ \frac{1}{3}x \geq 2; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} -2x \geq -3, \\ x \geq 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 4 - 5x > -1, \\ \frac{1}{6}x < 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 9x > 0, \\ \frac{1}{7}x \leq -1. \end{cases}$

976. Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер:

- 1) $\begin{cases} 7 + 2x > 5 + x, \\ 3x + 2 < 8 + x; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 0,4x - 1 < 0,5x - 1,7, \\ 2,7x - 10 < 0,9x - 1; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} 1 - 0,5x < 4 - x, \\ 9 - 2,8x > 6 - 1,3x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2,8x - 17 \leq 0,3x - 4,5, \\ 12,3x - 16,6 \geq 7,1x + 19,8. \end{cases}$

977. Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер:

- 1) $\begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{x}{3} < 2, \\ 2 - \frac{1}{3}x > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - \frac{x+3}{2} \leq 1, \\ -\frac{x}{2} \geq 2 - \frac{x}{3}; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x}{4} < \frac{x}{6} - 1, \\ 6 - \frac{x}{2} > \frac{x}{4} + 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{2}{3} < \frac{2}{5} - \frac{x}{3}, \\ \frac{2}{7} + \frac{x}{3} > \frac{x}{7} - \frac{2}{3}. \end{cases}$

978. Берілген тақ санның келесі тақ санмен қосындысы 36-дан кіші. Соңғы (келесі) тақ санның екі еселенген одан кейінгі тақ санмен қосындысы 49-дан үлкен. Берілген тақ санды табындар.

979. Дәулет достарына беру үшін бақтан 15-тен артық, 21-ден кем алма теріп алды. Егер ол достарының әрқайсысына 3 алмадан берсе, оның барлық алмасы неше досына жететінін бағалаңдар.

980. Бөлшектерді тиімді тәсілмен (натурал санға келтіріп) есептеңдер:

$$1) \frac{\frac{3}{8} + \frac{7}{12} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{1}{6}}; \quad 2) \frac{\frac{5}{9} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2} - \frac{2}{9}}; \quad 3) \frac{\frac{7}{12} - \frac{2}{15} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{30} - \frac{2}{15}}.$$

С

981. Теңсіздіктер жүйесінің шешімдерін табыңдар:

$$1) \begin{cases} \frac{0,6x+6}{3} - \frac{0,2x+1}{2} > 1, \\ \frac{4-3x}{2} > 5; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{0,2x-1}{7} - \frac{0,3x}{2} \in 0,1, \\ \frac{x+1}{3} - 1 \in \frac{x}{4}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{0,8x-1}{5} - \frac{1}{2} \in 0,48, \\ \frac{x-5}{3} - 1 \in \frac{x}{6}; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{1,4-x}{5} - \frac{0,6x}{3} < 2,28, \\ \frac{2x-1}{7} - 1 > \frac{x}{3}. \end{cases}$$

982. Теңсіздіктер жүйесінің шешімдерін табыңдар:

$$1) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{1}{4}(x-2) > x - \frac{x-1}{2}, \\ \frac{0,7x-8,7}{3} - \frac{5}{6} < 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - \frac{x+5}{3} - \frac{x-1}{6} > \frac{3x+2}{8}, \\ \frac{3+x}{4} > \frac{x-0,2}{2} - \frac{x}{5}. \end{cases}$$

983. Қос теңсіздіктердің шешімдерін табыңдар:

$$1) 1 \in \frac{5+x}{2} < 2,5; \quad 3) 2,15 < \frac{3x-1}{4} < 2,6;$$

$$2) 0 < \frac{2x+3}{5} < 1; \quad 4) -1 < \frac{3x-1}{4} < 2.$$

984. Арақашықтығы 288 км екі қаладан бір уақытта біріне-бірі қарама-қарсы жүк мәшинесі мен жеңіл мәшине шықты. Жүк мәшинесінің жылдамдығы жеңіл мәшиненің жылдамдығынан 30 км/сағ кем. 2 сағ өткенде мәшинелер бір-бірімен әлі кездескен жоқ, бірақ 3 сағ өткен соң олар кездесіп, бір-бірінен қашықтай түсті. Жүк мәшинесінің жылдамдығын бағалаңдар.

- 985***. Ұшып келе жатқан қарғалар теректерге қонды. Қарғалардың жартысы бірінші терекке, қалғанының жартысы екінші терекке, одан қалғанының жартысы үшінші терекке қонды. Төртінші терекке қалған 3 қарға қонды. Төрт терекке барлығы неше қарға қонды?
A. 21 қарға; **B.** 24 қарға; **C.** 18 қарға; **D.** 30 қарға.

- 986.** Амалдарды орындаңдар:

$$\frac{(6,25 - 2,8) \cdot \frac{20}{23}}{\frac{7}{16} \cdot \left(3\frac{5}{21} + 1\frac{1}{3}\right)} + 0,5 \cdot \left(6,1 + \frac{2,1}{\frac{14}{15} + 1,4}\right).$$

Тақырыптың түйіні.

I. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешу.

Егер екі немесе бірнеше теңсіздіктердің ортақ шешімдерінің жиынын табу керек болса, онда теңсіздіктер фигуралық ({) жақшаға алынып, бір жүйеге біріктіріледі.

1-мысал. $\begin{cases} 3x \# 1 \text{ G } 5, \\ 2x + 1 \# 13 \end{cases}$ жазылуы $3x - 1 > 5$ және $2x + 1 < 13$ теңсіздіктер.

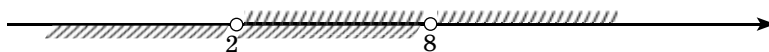
Теңсіздіктер жүйесін шешу — оның құрамындағы барлық теңсіздіктер шешімдерінің қиылысу аралығындағы сандар жиынын табу.

2-мысал. Теңсіздіктер жүйесін шешейік:

$$\begin{cases} 4x \# 3 \text{ G } 5, \\ 3x + 1 \# 25. \end{cases}$$

Жүйедегі теңсіздіктердің әрқайсысының мәнделес теңсіздіктерге түрлендіргенде:

$$\begin{cases} 4x \text{ G } 8, \\ 3x \# 24; \end{cases} \quad \begin{cases} x \text{ G } 2, \\ x \# 8. \end{cases}$$



Теңсіздіктердің әрқайсысының шешімдері болатын сандар жиынын координаталық түзуде кескіндегенде: (2; 8) аралығы болады.

Жауабы: (2; 8).

- ▲ 969.** 1) $[-3; 4)$; 2) $(-\infty; 4)$; 3) $[-3; +\infty)$; 4) $[-4; 6]$; 5) $(-9; -2)$; 6) \emptyset .
970. 1) $(-4; 0)$; 2) $(-\infty; -5]$; 3) $[-2; 3]$; 4) $(-9; -5)$.
971. 1) $(-1; 2)$; 2) $(1; 4)$; 3) $(-2; 1)$; 4) $(-9; -1)$.
973. $22 < x < 27$. **974.** 1) 1,46; 2) -4,8; 3) 6,11; 4) 0,45.
975. 1) $(2,5; +\infty)$; 2) $[1,5; 3]$; 3) $(-2; -1,5)$; 4) $(-\infty; 1)$.

- 976.** 1) $(-2; 3)$; 2) $(-\infty; 2)$; 3) \emptyset ; 4) $[5; 7]$.
977. 1) $(-\infty; 4)$; 2) $[5; +\infty)$; 3) \emptyset ; 4) $(-5; 2)$.
980. 1) 5; 2) 9,5; 3) 1,2. **981.** 1) $(-5; -2)$; 2) $[-2; 16]$; 3) $[-2; 8]$; 4) \emptyset . **982.** 1) $(12; 16)$; 2) $(14; 17)$.
983. 1) $[-3; 0]$; 2) $(-1,5; 1)$; 3) $(3,2; 3,8)$; 4) $(-1; 3)$.
984. $33 < x < 57$. **986.** 5.

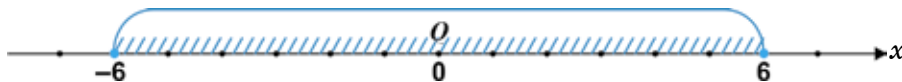
5.7. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу

$|x| < 2$; $|x| \geq 3$; $|x - 2| \geq 5$; $|x + 3| > 7$ – айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер.

1-мысал. $|x| \geq 6$ теңсіздігін шешейік.

1-тәсіл. Шешуі.

Координаталық түзу бойындағы координатасы 0-ге тең нүктеден 6 бірлікке тең қашықтықтағы нүктелердің координаталары -6 және 6 (5.26-сурет). Онда координатасы 0-ге тең нүктеден 6 бірліктен артық емес (кем немесе тең) қашықтықтағы нүктелерге сәйкес сандар $[-6; 6]$ сан аралығына тиісті.



5.26-сурет

Демек, $|x| \leq 6$ теңсіздігінің шешімдері мына сан аралығына тиісті: $[-6; 6]$.

2-тәсіл. Шешуі.

1) Егер $x \geq 0$ болса,
 $x \leq 6$,

2) Егер $x < 0$ болса,
 $-x \leq 6$,
 $x \geq -6$,

осыдан: $0 \leq x \leq 6$ немесе $-6 \leq x < 0$.

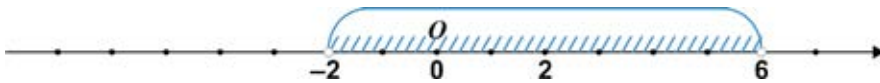
Теңсіздіктің шешімдерін біріктірсек, $-6 \leq x \leq 6$ теңсіздігін қанағаттандыратын сандар (x) жиыны $[-6; 6]$ аралығына тиісті.

Жауабы: $[-6; 6]$.

2-мысал. $|x - 2| < 4$ теңсіздігін шешейік.

1-тәсіл. Шешуі.

Координаталық түзу бойында координатасы 2-ге тең нүктеден 4 бірлікке тең қашықтықта -2 және 6 сандары кескінделген. Онда координатасы 2-ге тең нүктеден 4 бірліктен кем қашықтықта $(-2; 6)$ аралығындағы сандар кескінделеді (5.27-сурет).



5.27-сурет

Демек, берілген $|x - 2| < 4$ теңсіздігінің шешімдері болатын сандар мына сан аралығына тиісті:

$$(-2; 6).$$

2-тәсіл. Шешуі.

$|x - 2| < 4$ теңсіздігін қос теңсіздік түрінде немесе теңсіздіктер жүйесі түрінде шешуге болады.

Қос теңсіздік түрінде:

$$1) -4 < x - 2 < 4;$$

$$-4 + 2 < x - 2 + 2 < 4 + 2;$$

$$-2 < x < 6.$$

Теңсіздіктер жүйесі түрінде:

$$2) \begin{cases} x - 2 < 4, & \begin{cases} x < 6, \\ x > -2, \end{cases} \\ x - 2 > -4; \end{cases}$$

яғни

$$-2 < x < 6.$$

Мұндағы $-2 < x < 6$ қос теңсіздігін қанағаттандыратын сандар жиыны $(-2; 6)$ аралығына тиісті.

Жауабы: $(-2; 6)$.

Қорытындылағанда:

Егер $a > 0$ болса:

$$1) |x| \leq a \text{ теңсіздігі } -a \leq x \leq a \text{ теңсіздігімен немесе } \begin{cases} x \in a, \\ x \in -a \end{cases}$$

теңсіздіктер жүйесімен мәндес.

$$2) |x| < a \text{ теңсіздігі } -a < x < a \text{ теңсіздігімен немесе } \begin{cases} x < a, \\ x > -a \end{cases}$$

теңсіздіктер жүйесімен мәндес.

Мысалдар:

$$1) |x| \leq 4,3 \text{ теңсіздігі } -4,3 \leq x \leq 4,3 \text{ теңсіздігімен мәндес;}$$

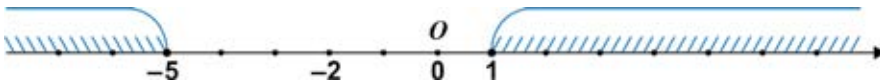
$$2) |x| < 9 \text{ теңсіздігі } -9 < x < 9 \text{ теңсіздігімен мәндес.}$$

3-мысал. $|x+2| \geq 3$ теңсіздігін шешейік.

1-тәсіл. Шешуі.

Берілген $|x+2| \geq 3$ теңсіздігін $|x - (-2)| \geq 3$ теңсіздігі түрінде жазып алайық.

$|x - (-2)| \geq 3$ теңсіздігінің шешімдер жиынын табу үшін, координаталық түзудегі координатасы -2 нүктесінен 3 бірліктен кем емес қашықтықтағы нүктелер жиынын табу керек (5.28-сурет).



5.28-сурет

Координаталық түзудегі координатасы -2 нүктесінен 3 бірліктен кем емес қашықтықтағы нүктелермен кескінделетін сандар $(-\infty; -5]$ аралығына немесе $[1; +\infty)$ сан аралығына тиісті, яғни

$$(-\infty; -5) \cup (1; +\infty).$$

2-тәсіл. Шешуі.

1) Егер $x + 2 \geq 0$ болса,
 $x + 2 \geq 3$,
 $x \geq 1$

немесе
 $[1; +\infty)$.

2) Егер $x + 2 < 0$ болса,
 $-(x + 2) \geq 3$,
 $x + 2 \leq -3$,
 $x \leq -5$

немесе
 $(-\infty; -5]$.

Демек, $|x + 2| \geq 3$ теңсіздігінің шешімдері $(-\infty; -5]$ және $[1; +\infty)$ аралықтарының бірігуі болып табылады, яғни

$$(-\infty; -5] \cup [1; +\infty).$$

Жауабы: $(-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

Қорытындылағанда:

Егер $a > 0$ болса, онда:

1) $|x| \geq a$ теңсіздігінің шешімдері $x \geq a$, $x \leq -a$ теңсіздіктер шешімдерінің бірігуі болып табылады;

2) $|x| < a$ теңсіздігінің шешімдері $x > a$, $x < -a$, теңсіздіктер шешімдерінің бірігуі болып табылады.

Егер $a < 0$ болса, онда:

1) $|x| \leq a$ және $|x| < a$ теңсіздіктерінің шешімдері болмайды;

2) $|x| > a$ теңсіздіктерінің шешімі $(-\infty; +\infty)$ аралығындағы кез келген сан.

Мысалдар: 1) $|x| \leq -4$. Теңсіздіктің шешімдері болмайды.

2) $|x| > -5$. Теңсіздіктің шешімдері кез келген сан, яғни $(-\infty; +\infty)$ аралығы.

3) $|x| \leq 0$. Теңсіздіктің 0 -ге тең бір ғана шешімі бар.



1) Егер $a > 0$ болса, $|x| \geq a$ теңсіздігінің шешімдер жиыны қандай сандар?

2) Егер $a > 0$ болса, $|x| < a$ теңсіздігінің шешімдер жиыны қандай сандар?

3) Қандай жағдайда теңсіздіктің шешімдері кез келген сан?

4) Шешімдері болмайтын модульді теңсіздіктерге мысалдар келтіріңдер.

987. Белгісізі модуль таңбасының ішіндегі теңсіздіктердің қайсысының шешімдері бар:

- 1) $|x| < 7$; 3) $|x| \leq 0$; 5) $|x| \geq -6$;
 2) $|x| \leq -8$; 4) $|x| < 6,5$; 6) $|x| > 3$?

A

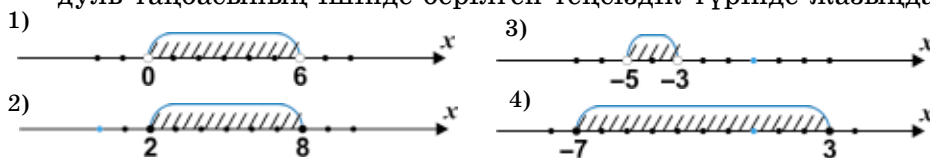
- 988.** 1) Теңсіздіктерді қос теңсіздік түрінде жазыңдар:
 а) $|x-3| < 5,2$; ә) $|x+4| \leq 3$; б) $|2+3x| < 4,7$.
 2) Қос теңсіздіктерді модульді теңсіздік түрінде жазыңдар:
 а) $-5 \leq x+2 \leq 5$; ә) $-6 < x-4 < 6$; б) $-8 \leq x+3 \leq 8$.
- 989.** Теңсіздіктерді шешіңдер. Шешімдер жиынын координаталық түзде кескіндеңдер:
 1) $|x| < 3$; 2) $|x| \geq 4$; 3) $|y| \leq 5$; 4) $|y| > 2$.
- 990.** Теңсіздіктерді шешіңдер. Шешімдер жиынын координаталық түзде кескіндеңдер:
 1) $|x-7| > 0$; 3) $|2+x| \geq 3$; 5) $|x-4| \leq 3$;
 2) $|x-4| < 3$; 4) $|x+3| > 2$; 6) $|x+2| \leq 5$.
- 991.** Теңсіздіктерді шешіңдер:
 1) $|x-3| \leq 1,8$; 3) $|3-x| < 1,2$; 5) $|0,5-x| \leq 3$;
 2) $|2-x| > \frac{1}{3}$; 4) $|4+x| \geq 1,8$; 6) $|6-x| \geq 2,1$.

- 992.** Торғай өзінен 7,4 м қашықтықта 3,7 м/с жылдамдықпен ұшып бара жатқан инелікті құды. Торғайдың ұшу жылдамдығы 5,8 м/с. 1 секундтан соң торғай мен инеліктің арасы неше метр болды?
 А. 5,8 м; В. 5,3 м; С. 4,2 м; D. 2,1 м.



B

- 993.** 5.29-суретте кескінделген сандар жиынын айнымалысы (x) модуль таңбасының ішінде берілген теңсіздік түрінде жазыңдар:



5.29-сурет

A. $|x + 4| < 1$; B. $|x + 2| \geq 5$; C. $|x - 3| < 3$; D. $|x - 5| \geq 3$.

994. Қос теңсіздікті шешіңдер және оның шешімі болатын бүтін сандар жиынын жазыңдар:

1) $1,5 < |x| < 5$; 2) $4 \geq |x| < 6,2$; 3) $2 \geq |x| \geq 5$; 4) $2 < |x| \geq 7,5$.

995. Теңсіздікті шешіңдер:

1) $|2x + 1| < 3$; 3) $|3x - 2| > 7$; 5) $|5x + 3| < 7$;

2) $|1 - 2x| \geq 5$; 4) $|4 + 3x| \leq 2$; 6) $|4x + 3| \leq 5$.

996. Теңсіздікті шешіңдер және оның шешімдері болатын бүтін сандар жиынын жазыңдар:

1) $|4x + 1| < 7$; 3) $|x + 1| < 2,5$; 5) $|2 + 3x| < 7$;

2) $|2x + 3| \geq 4$; 4) $|2x - 5| \geq 3$; 6) $|2 - 5x| \geq 8$.

997. 100 г кіртасын пайдаланып, табақшалы таразымен үш рет өлшеп, 3 кг 500 г қантты әрқайсысында 1 кг және 2 кг 500 г болатын екі пакетке қалай бөліп салуға болады?

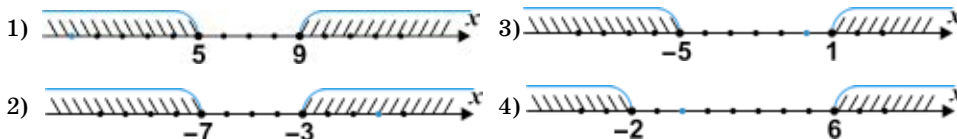
998. Теңдеудің түбірін табыңдар:

1) $\frac{10}{3 + |x|} = 2$; 3) $\frac{20}{1 + |x|} = 4$; 5) $\frac{35}{4 + 3|x|} = 5$;

2) $\frac{15}{2 + |x|} = 3$; 4) $\frac{18}{1 + 4|x|} = 2$; 6) $\frac{30}{3 + 4|x|} = 2$.

C

999*. 5.30-суретте кескінделген сандар жиынын айнымалысы (x) модуль таңбасының ішінде берілген теңсіздік түрінде жазыңдар.



5.30-сурет

A. $|x - 7| \leq 2$. B. $|x - 2| \leq 4$; C. $|x + 5| \leq 2$; D. $|x + 2| \leq 3$.

3) $|x| > -2$. Кез келген теріс емес сан кез келген теріс саннан үлкен. Сондықтан берілген теңсіздік x -тің кез келген мәнінде тура.
Жауабы: $(-\infty; +\infty)$.

4) $|x| \leq -5$. Кез келген теріс емес сан кез келген теріс саннан үлкен. Сондықтан теңсіздіктің шешімі жоқ.

Жауабы: \emptyset .

5) $|x| \leq 0$. Жауабы: $\{0\}$.

- ▲ 990. 2) (1; 7); 3) [-5; 1]; 6) $(-\infty; -7] \cup [3; +\infty)$.
 991. 1) $(-\infty; 1,2] \cup [4,8; +\infty)$; 3) (1,8; 4,2); 5) $(-\infty; -2,5) \cup (3,5; +\infty)$.
 994. 1) $\{-4, -3, -2, 2, 3, 4\}$; 3) $\{-5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5\}$.
 995. 1) (-2; 1); 2) [-2; 3]; 3) $\left(-u; -1\frac{2}{3}\right)_2 (3; +u)$; 4) $(-u; -2)_2 \left[-\frac{2}{3}; +u\right)$.
 996. 1) $\{-1, 0, 1\}$; 2) $\{-3, -2, -1, 0\}$; 6) $\{-1, 0, 1, 2\}$.
 998. 1) -2; 2) -3; 3) -3; 3).
 1000. 1) $(-u; -1)_2 (7; +u)$; 2) $(-u; 1)_2 [5; +u)$; 3) (-2; 8).
 1001. 1) $\{-5, -4, 2, 3\}$; 2) $\{-1, 0, 1, 5, 6, 7\}$; 3) $\{-1, 0, 1, 7, 8, 9\}$;
 4) $\{-2, -1, 3, 4\}$; 5) $\{-10; -9; -8, 2, 3, 4\}$; 6) $\{-8, -7, -6, 2, 3, 4\}$.
 1002. $36 \pi \text{ см}^2$. 1003. 1) 9,2; 2) 6.



V ТАРАУДЫ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

A

1004. a және b сандарын салыстырыңдар.
 $a - b$ айырмасының мәні:
 1) -4 -ке тең; 2) 7 -ге тең; 3) 0 -ге тең; 4) $-0,5$ -ке тең.
1005. Егер $a > b$; $d > a$ және $d < c$ болса, координаталық түзу бойында a , b , c және d сандары қалай орналасады?
1006. $m > n$ екені белгілі. Сандарды салыстырыңдар:
 1) m және $n-5$ -ті; 2) $m+2$ және n -ді; 3) $m+8$ және $n-1$ -ді.
1007. Теңсіздіктерді мүшелеп қосыңдар:
 1) $15 > -3$ және $5 > -2$; 3) $6 < 7$ және $0,5 < 2$;
 2) $6 < 10$ және $-3 < 2$; 4) $12 > 9$ және $5 > 4$.
1008. Егер $a > b$ болса, онда:
 1) $a + 1,3 > b + 0,5$; 3) $b \# 2\frac{5}{9} \# a + \frac{5}{9}$;
 2) $3,7 + b > 4 + a$; 4) $a + \frac{1}{4} \# b \# 1$.

1017. Теңсіздікті шешіңдер:

- 1) $|9 - x| < 2$; 3) $|10 + x| \geq 3$; 5) $|x - 5| < 11$;
 2) $|x + 7| > 8$; 4) $|x - 8| \leq 9$; 6) $|6 - x| > 7$.

С

1018. Координаталық түзуді пайдаланып, берілген сан аралықтарының бірігуін табыңдар:

- 1) $(-6; 0)$ және $(8; 13)$; 3) $(6; +\infty)$ және $(9; +\infty)$;
 2) $[-10; 1]$ және $[-4; 7]$; 4) $(-\infty; 3)$ және $(5; +\infty)$.

1019 Қос теңсіздікті шешіңдер:

- 1) $-3 < 1 + 2x < 4$; 2) $1 \geq 3 - x \geq 5$; 3) $-7 < 2x - 5 \leq 1$.

1020. Қос теңсіздікті шешіп, оның шешімдері болатын бүтін сандар жиынын жазыңдар:

- 1) $3 \leq |x + 4| \leq 5$; 2) $5 < |x - 3| < 8$; 3) $2 < |x - 1| \leq 5$.

▲ **1015.** $12 \leq x + y \leq 16$. **1016.** 1) (2; 4); 4) (3; 8].

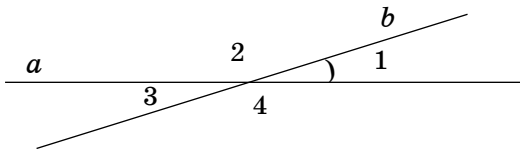
1017. 1) (7; 11); 2) $(-a; -15)$; 2) $(1; +a)$; 3) $[-13; -7]$.

1019. 1) $(-2; 1,5)$; 2) $[-2; 2]$; 3) $(-1; 3]$.

1020. 1) $\{-9, -8, -7, -1, 0, 1\}$; 2) $\{-4, -3, 9, 10\}$.



- 1) Суреттегі a және b түзулерінің неше ортақ нүктесі бар?
 2) $\angle 1 = 20^\circ$, $\angle 2$, $\angle 3$ және $\angle 4$ -тің градустық өлшемдерін табыңдар.
 3) Өзара тең бұрыштарды жазыңдар.



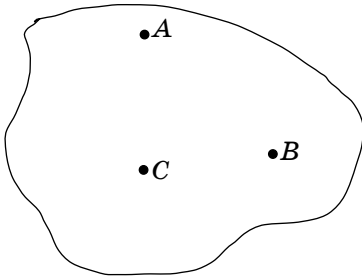
VI тарау. КООРДИНАТАЛЫҚ ЖАЗЫҚТЫҚ

6.1. Жазықтық. Қиылысатын түзулер.

I. Жазықтық.

Көлдегі тұнық су беті, үстелдің беті, терезе шынысының беті жазықтықтың бөлігі туралы түсінік береді.

Жазықтықтың шеті болмайды. Жазықтық барлық бағытта шектеусіз.



6.1-сурет

Суреттерде жазықтық ретінде оның бөлігін ғана кескіндейміз. Мысалы, парақ қағаз бетін жазықтықтың бөлігі ретінде қабылдаймыз.

Бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте арқылы бір ғана жазықтық жүргізуге болады. Жазықтық көбінесе гректің бір кіші әрпімен (α , β , γ , ...) немесе жақша ішіне алынған латынның (A , B , C , ...) үш бас әрпімен белгіленеді. Мысалы, 6.1-суреттегі жазықтықтың белгіленуі: (ABC) .

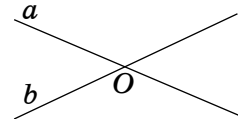
II. Түзу. Қиылысатын түзулер.

Түзудің бастапқы және соңғы нүктелері болмайды. Ол екі жаққа да шектеусіз созылады.

Кез келген екі нүкте арқылы бір ғана түзу жүргізуге болады (6.2-сурет).



6.2-сурет



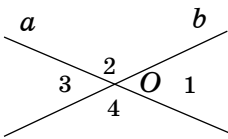
6.3-сурет

6.3-суретте a және b түзулері, O нүктесі кескінделген. O нүктесі – a түзуі мен b түзуінің ортақ нүктесі. Мұндай түзулер *қиылысушы түзулер* деп аталады.

Қиылысатын екі түзудің ортақ бір ғана нүктесі болады.

a түзуі мен b түзуі – қиылысушы түзулер. O – қиылысу нүктесі.

Жазықтықтағы екі түзудің қиылысуынан (жазыңқы бұрыштарды есептемегенде) төбелері ортақ төрт бұрыш пайда болады. 6.4-суретте жазықтықтағы a және b түзулерінің қиылысуынан пайда болған бұрыштар кескінделген. Олар: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ және $\angle 4$.



6.4-сурет

Мұндағы $\angle 1$ -тың қабырғаларының созындысы – $\angle 3$ -тың қабырғалары, ал $\angle 2$ -тың қабырғаларының созындысы – $\angle 4$ -тың қабырғалары.

Бір бұрыштың қабырғаларының әрқайсысы екінші бұрыштың қабырғаларының созындысы болатын екі бұрыш вертикаль бұрыштар деп аталады.

$\angle 1$ пен $\angle 3$ – вертикаль бұрыштар; $\angle 2$ пен $\angle 4$ – вертикаль бұрыштар.

Егер a және b түзулерінің қиылысуынан пайда болған бұрыштардың біреуінің градустық өлшемі белгілі болса, қалған бұрыштардың градустық өлшемдерін табуға болады.

Мысалы, $\angle 1 = 50^\circ$.

$\angle 2$, $\angle 3$ және $\angle 4$ -тің градустық өлшемін табайық.

$\angle 1$ және $\angle 2$ бір жазыңқы бұрышты құрайды.

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \text{ осыдан} \quad \angle 2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ; \quad \angle 2 = 130^\circ;$$

$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \text{ осыдан} \quad \angle 3 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ; \quad \angle 3 = 50^\circ;$$

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, \text{ осыдан} \quad \angle 4 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ; \quad \angle 4 = 130^\circ.$$

Есептеулерден $\angle 1 = \angle 3$ және $\angle 2 = \angle 4$.

Вертикаль бұрыштар өзара тең.

Екі түзу қиылысқанда пайда болатын вертикаль бұрыштардың бір жұбы сүйір бұрыштар болса, екінші жұбы доғал бұрыштар болады.

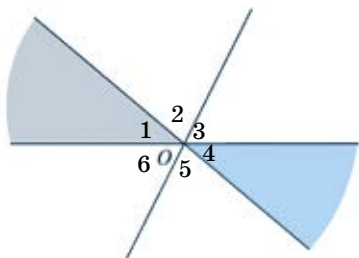


1. Жазықтық туралы түсінік беретін бірнеше нәрселерді атаңдар.
2. Екі нүкте арқылы неше түзу жүргізуге болады?
3. Қиылысатын түзулер қалай сипатталады?
4. Қандай бұрыштар вертикаль бұрыштар деп аталады?

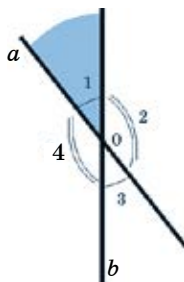
A

- 1021.** 1) Қиылысатын екі түзу жазықтықты неше бөлікке бөледі?
2) Дәптерге бір түзудің бойында жатпайтын үш нүкте белгілеңдер. Әрбір екі нүкте арқылы бір түзу жүргізіңдер.
- Неше түзу жүргізуге болады?
 - Жүргізілген түзулер жазықтықты неше бөлікке бөледі?
- 1022.** 6.5-суретте O нүктесінде неше түзу қиылысады? Осы түзулердің қиылысуынан пайда болған: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ және $\angle 6$ бұрыштардан вертикаль бұрыштарды тауып, оларды теңдік арқылы жазыңдар.
- 1023.** a және b түзулерінің қиылысуынан пайда болған бұрыштардың $\angle 1 = 40^\circ$. $\angle 2$, $\angle 3$ және $\angle 4$ -тің градустық өлшемдерін табыңдар (6.6-сурет).

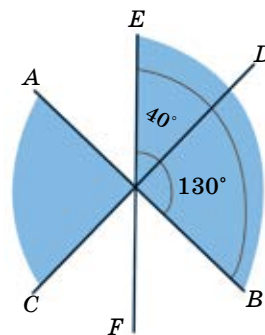
1024. 6.7-суреттегі $\angle EOD = 40^\circ$; $\angle EOB = 130^\circ$. AOC бұрышының градус-тық өлшемін табыңдар.



6.5-сурет



6.6-сурет



6.7-сурет

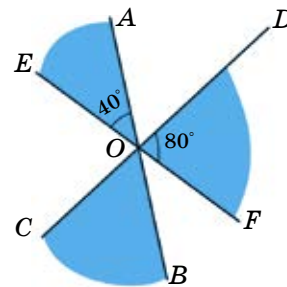
B

1025. 1) Екі түзудің O нүктесінде қиылысуынан пайда болған бұрыштар өзара тең болса, бұрыштардың әрқайсысы неше градустан болады?
2) Үш түзудің O нүктесінде қиылысуынан пайда болған бұрыштар өзара тең болса, бұрыштардың әрқайсысы неше градустан болады? Сызып көрсетіңдер.

1026. Екі түзудің қиылысуынан пайда болған вертикаль екі бұрыштың қосындысы 126° -қа тең. Осы екі түзудің қиылысуынан пайда болған бұрыштардың әрқайсысының градусық өлшемдерін табыңдар.

1027. Екі түзу қиылысқанда пайда болған бұрыштардың біреуі:
1) 75° -қа; 2) 120° -қа тең. Қалған бұрыштардың градусық өлшемдерін табыңдар.

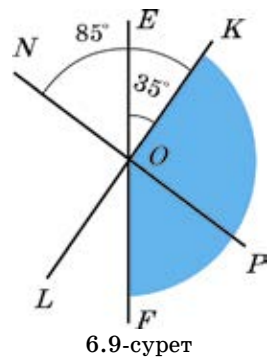
1028. AB түзуі мен CD түзуінің қиылысуынан пайда болған AOC мен COB бұрыштарының градусық өлшемдерінің қатынасы $5:7$ қатынасындай. AOD және BOD бұрыштарының градусық өлшемдерін табыңдар.



6.8-сурет

1029. AB , CD және EF түзулері O нүктесінде қиылысады. $\angle AOE = 40^\circ$; $\angle DOF = 80^\circ$. COB бұрышының градусық өлшемін табыңдар (6.8-сурет).

1030. NP , KL және EF түзулері O нүктесінде қиылысады. $\angle EOK = 35^\circ$; $\angle NOK = 85^\circ$. FOP бұрышының, KOP бұрышының градустық өлшемдерін табыңдар (6.9-сурет).



1031. Пропорцияның белгісіз мүшесін табыңдар:

- 1) $0,25 : 1,4 = 0,75 : x$; 3) $x : 4\frac{1}{3} = \frac{1}{2} : 13$;
 2) $4 : 8 = 18 : x$; 4) $x : 16 = 0,2 : 4$.

С

1032. Екі түзудің қиылысуынан пайда болған бұрыштардың үшеуінің қосындысы 284° . Бұрыштардың әрқайсысының градустық өлшемін табыңдар.

1033*. Сағат 9-дан 10 минут өткенде сағаттың сағаттық тілі мен минуттық тілі арасындағы бұрыш неше градус болады?

1034. AB , CD және EF түзулері O нүктесінде қиылысады (6.10-сурет). $\angle AOE = 55^\circ$, $\angle DOF = 25^\circ$. BOE және BOD бұрыштарының градустық өлшемдерін табыңдар.

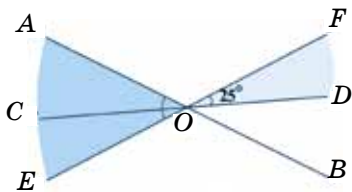
1035. MN , KL және FT түзулері O нүктесінде қиылысады. $\angle FOL = 110^\circ$ және $\angle KOM = 35^\circ$. $\angle MOT$ және $\angle KOF$ бұрыштарының градустық өлшемдерін табыңдар (6.11-сурет).

Тақырыптың түйіні.

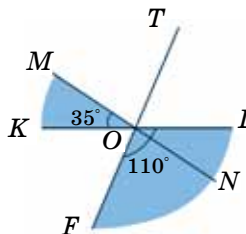
Жазықтық. Қиылысатын түзулер

I. Жазықтық.

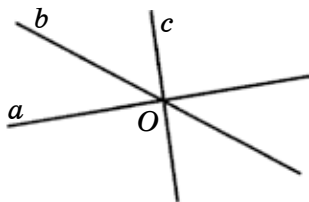
Сынып тақтасының беті, айнаның беті, ыдыстағы судың беті



6.10-сурет



6.11-сурет



жазықтық туралы түсінік береді. Бірақ мұндай беттердің шеті бар, ал жазықтықтың шеті болмайды. Жазықтық барлық бағытта шектеусіз.

II. Қиылысатын түзулер.

Бір ғана ортақ нүктесі бар екі немесе бірнеше түзу қиылысатын түзулер деп аталады.

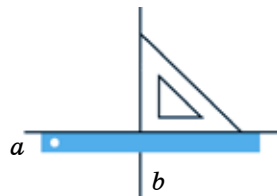
Мысалы, a , b және c түзулері – қиылысатын түзулер.

O – түзулердің қиылысу нүктесі.

- ▲ **1024.** $\angle AOC = 90^\circ$. **1028.** 105, 75° .
1029. 60° . **1030.** 50° ; 95° . **1033.** 145° .
1034. 125° ; 30° . **1035.** 75° ; 70° .



- 1) Үшбұрышты сызғышты және сызғышты пайдаланып, жазықтықты өзара тең төрт бұрышқа бөліңдер.
- 2) Транспортирді пайдаланып, бұрыштардың әрқайсысының градустық өлшемін анықтаңдар.
- 3) Техникада, тұрмыста осындай өзара тең төрт бұрыш жасап, қиылысатын түзулерге мысалдар келтіріңдер.



6.2. Перпендикуляр түзулер. Перпендикуляр кесінділер

Бір-бірімен тік бұрыш жасап қиылысатын екі түзу перпендикуляр түзулер деп аталады.

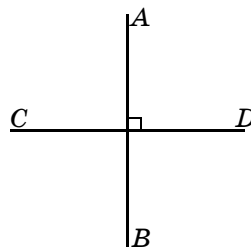
AB түзуі мен CD түзуі – перпендикуляр түзулер (6.12-сурет).

Түзулердің перпендикулярлығын белгілеу үшін « \perp » белгісі пайдаланылады. Жазылуы: $AB \perp CD$. Оқылуы: « AB түзуі CD түзуіне перпендикуляр».

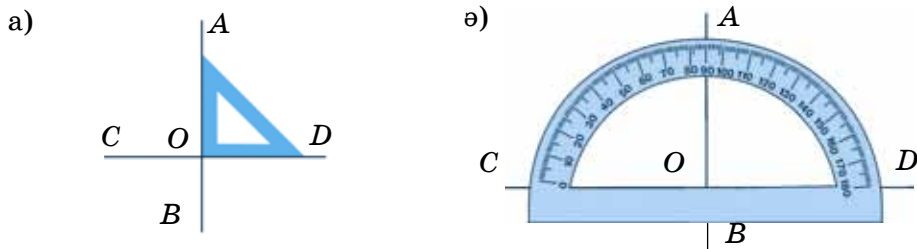
Перпендикуляр сөзі латынның *perpendicularis* – қазақша «тік бағыт» сөзінен алынған.

Үшбұрышты сызғышты (6.13,а-сурет) немесе транспортирді (6.13,ә-сурет) пайдаланып, перпендикуляр түзулерді жүргізуге болады.

Перпендикуляр түзулердің бойында жатқан кесінділер де өзара перпендикуляр (6.14-сурет).



6.12-сурет



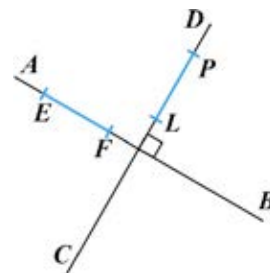
6.13-сурет

EF және LP кесінділері өзара перпендикуляр AB және CD түзулерінің бойында жатыр. EF және LP кесінділері – перпендикуляр кесінділер. $EF \perp LP$.

Тік төртбұрыштың, квадраттың бір төбесінен шығатын қабырғалар – өзара перпендикуляр кесінділер.

6.15, а-суретте AB түзуіне оның бойында жатпайтын C нүктесі арқылы CD перпендикулярын түсіру көрсетілген.

Нүкте (C) AB түзуінің бойында жатқан жағдайда оған перпендикулярды үшбұрышты сызғышты пайдаланып жүргізуге болады (6.15, б-сурет).

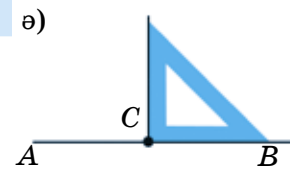
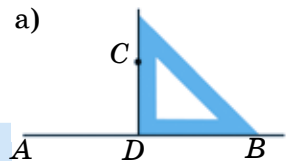


6.14-сурет

Берілген нүктеден түзуге бір ғана перпендикуляр түзу жүргізуге болады.

Нүктеден түзуге түсірілген перпендикуляр – нүктені түзумен қосатын ең қысқа кесінді (6.16-сурет).

$EF \perp EK$; $EF \perp EL$. EF кесіндісі – E нүктесінен AB түзуіне түсірілген перпендикуляр. F нүктесі перпендикулярдың табаны деп аталады. $EF = 2,4$ см. Демек, E нүктесінен AB кесіндісіне дейінгі қашықтық 2,4 см.

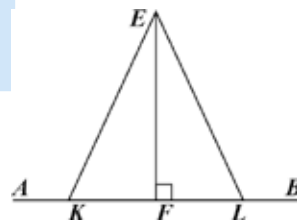


6.15-сурет

Берілген нүктеден түзуге дейінгі қашықтық сол нүктеден түзуге жүргізілген перпендикулярдың ұзындығына тең.



1. Қандай түзулер перпендикуляр түзулер деп аталады?
2. Қандай кесінділер перпендикуляр кесінділер деп аталады?
3. Нүктеден түзуге дейінгі қашықтық қалай табылады?



6.16-сурет

1036. Амалдар тізбегін орындандар (ауызша):

| | | | |
|---|--|---|---|
| $\begin{array}{r} 1) 1 - 0,25 \\ '10 \\ : 3 \\ - 4 \\ \hline '2 \\ ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 2) 3 : \frac{1}{5} \\ : (-10) \\ - 4,5 \\ ' 3 \\ : 1,8 \\ ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 3) -0,45 \\ + 1,6 \\ - 3,6 \\ : 0,8 \\ '1,2 \\ ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 4) -0,2 : 7 \\ '(-10) \\ : (-7) \\ + 5 \\ '(-6) \\ ? \end{array}$ |
|---|--|---|---|

A

1037. 6.17-суретті дәптерге салыңдар:

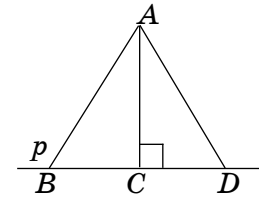
1) E нүктесінен; 2) F нүктесінен a түзуіне перпендикуляр жүргізіңдер.

E



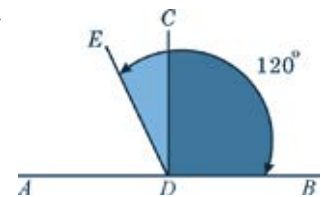
6.17-сурет

1038. 6.18-суреттегі AB , AC және AD кесінділерінің қайсысы A нүктесінен p түзуіне дейінгі қашықтықты көрсетеді? Оны өлшеңдер. AC кесіндісі қалай аталады? C нүктесі қалай аталады?



6.18-сурет

1039. AB түзуіне C нүктесінен CD перпендикуляры түсірілген (6.19-сурет). $\angle EDB = 120^\circ$. EDC бұрышының, ADE бұрышының градустық өлшемі неше градус?



6.19-сурет

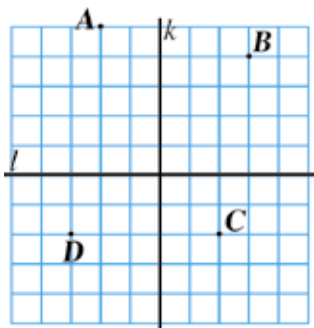
1040. KL , NP және AB түзулері O нүктесінде қиылысады. $KL \perp NP$. $\angle KOB = 34^\circ$. AON бұрышының градустық өлшемін табыңдар.

1041. Өрнектің мәнін табыңдар:

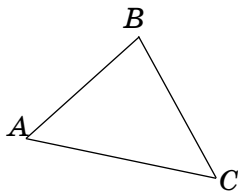
- 1) $|a| + |b|$, мұндағы $a=9,3$; $b=-7,1$;
- 2) $|a| - |b|$, мұндағы $a=3,2$; $b=-0,5$;
- 3) $|a| \cdot |b|$, мұндағы $a = -3\frac{5}{9}$; $b=-0,75$;
- 4) $|a| : |b|$, мұндағы $a=-7,5$; $b = -\frac{3}{4}$.

B

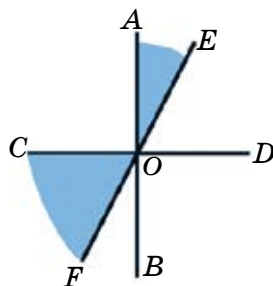
1042. 6.20-суретті дәптерге көшіріп салыңдар. A , B , C және D нүктелері k және l түзулерінен қандай қашықтықта (торкөз есебімен жазыңдар)?



6.20-сурет



6.21-сурет



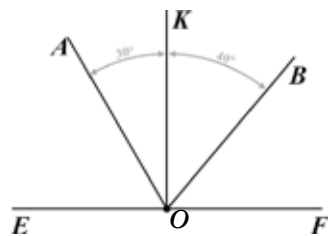
6.22-сурет

1043. 6.21-суреттегідей ABC үшбұрышын салыңдар. Оның:
- 1) B төбесінен AC қабырғасына дейінгі қашықтықты табыңдар (миллиметр есебімен).
 - 2) C төбесінен AB қабырғасына дейінгі қашықтықты табыңдар (миллиметр есебімен).

1044. 6.22-суреттегі AB , CD және EF түзулері O нүктесінде қиылысады, $AB \perp CD$, $\angle AOE = 30^\circ$. $\angle COF$ бұрышының градустық өлшемі неше градус?

1045. Мына тұжырымдамалардың қайсысы дұрыс:

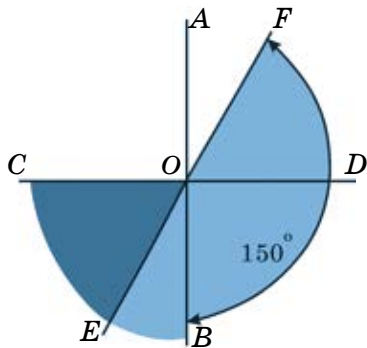
- 1) берілген нүктеден түзуге бірнеше перпендикуляр түсіруге болады;
- 2) перпендикуляр түзулер жазықтықты төрт тік бұрышқа бөледі;
- 3) кез келген өзара қиылысатын екі түзу перпендикуляр;
- 4) берілген нүкте арқылы түзуге бір ғана перпендикуляр жүргізуге болады.



6.23-сурет

1046. 6.23-суреттегі $KO \perp EF$. $\angle AOB = 70^\circ$ және $\angle AOK = 30^\circ$. $\angle AOE$ және $\angle BOF$ бұрыштарының градустық өлшемдерін табыңдар.

1047. AB түзуі CD түзуіне перпендикуляр. $\angle FOB = 150^\circ$. $\angle EOB$ бұрышының, $\angle EOC$ бұрышының градустық өлшемдері неше градус (6.24-сурет)?



6.24-сурет

1048. «Комета» командасының 17 қатысушысы 135 балл жинады. Қандай да бір екі қатысушының жинаған балл саны бірдей екенін дәлелдендер.

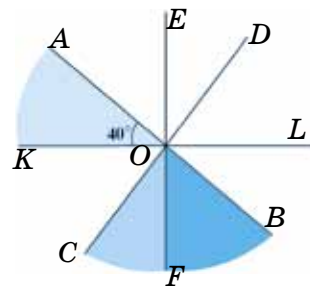
1049. Теңдеуді шешіндер:

$$1) \frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24};$$

$$2) \frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{9}x - \frac{1}{2}} + \frac{1}{7} = \frac{1}{3}.$$

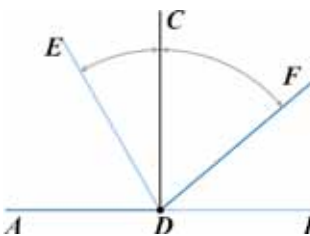
С

1050. 6.25-суреттегі AB түзуі мен CD түзуі – перпендикуляр түзулер. EF түзуі мен KL түзуі – перпендикуляр түзулер. $\angle AOK = 40^\circ$ болса, $\angle COF$ және $\angle FOB$ бұрыштарының градустық өлшемдерін табыңдар.



6.25-сурет

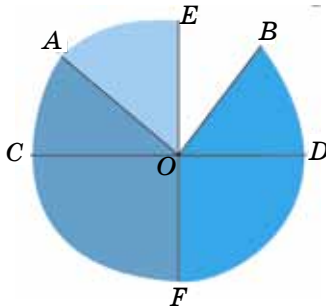
1051. 6.26-суреттегі $CD \perp AB$. $\angle ADF = 140^\circ$ және $\angle EDB = 120^\circ$. $\angle EDF$ бұрышының градустық өлшемін табыңдар.



6.26-сурет

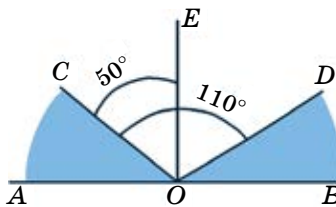
1052. Сағат 12-ден 15 минут кеткенде оның сағаттық тілі мен минуттық тілі неше градус бұрыш жасайды?
A. $82^\circ 30'$; **B.** 84° ; **C.** $85^\circ 30'$; **D.** $80^\circ 30'$.

1053. CD мен EF – перпендикуляр түзулер. $\angle AOB$ – тік бұрыш, $\angle AOF = 125^\circ$. $\angle AOE$ және $\angle FOB$ бұрыштарының градустық өлшемдерін табыңдар (6.27-сурет).



6.27-сурет

1054. AB түзуіне E нүктесінен OE перпендикулярлары түсірілген (6.28-сурет). $\angle COD = 110^\circ$; $\angle COE = 50^\circ$. $\angle AOC$ бұрышының, $\angle BOD$ бұрышының градустық өлшемдерін табыңдар.



6.28-сурет

- 1055.** Есепті тиімді тәсілмен шығарыңдар.
 Саяхатшылар межелеген пунктке бару үшін үш күн жол жүрді. Олар бірінші күні жүруге тиісті қашықтықтың 30%-інен 20 км кем, ал екінші күні қалған қашықтықтың 60%-інен 10 км кем жүрді. Үшінші күні қалған 130 км қашықтықты жүрді.
- Саяхатшылардың межелеген пункті неше километр қашықтықта болды?
 - Саяхатшылар бірінші күні неше километр қашықтықты жүрді?

- 1056.** Есептеңдер:

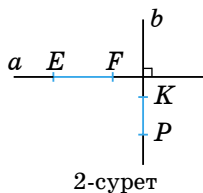
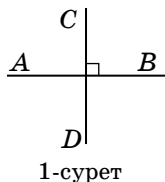
$$0,5 + \frac{3 - \frac{2}{3}}{7} - \frac{2 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{5}{3}} \cdot \frac{3}{5} \quad \text{A. 3; B. 2; C. 2,5; D. 3,4.}$$

$$0,75 - \frac{2}{3} \quad 1,25 - \frac{5}{6}$$

Тақырыптың түйіні.

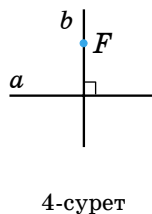
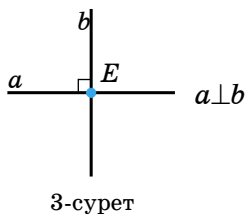
Перпендикуляр түзулер. Перпендикуляр кесінділер.

1. Тік бұрыш жасап қиылысатын AB және CD түзулері перпендикуляр түзулер деп аталады (1-сурет). Белгіленуі: $AB \perp CD$.



2. Перпендикуляр түзулердің бойындағы кесінділер өзара перпендикуляр (2-сурет), $EF \perp KP$.

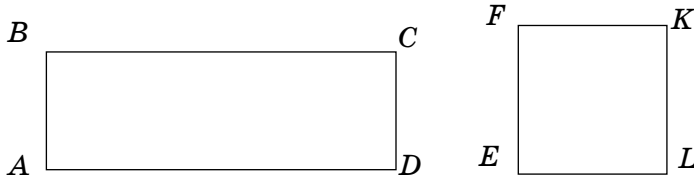
3. Берілген түзуге оның бойында $\left\{ \begin{array}{l} \text{жатқан } E \\ \text{жатпайтын } F \end{array} \right.$ нүктесі арқылы бір ғана перпендикуляр жүргізуге болады (3-сурет, 4-сурет).



▲ **1040.** $\angle AON = 56^\circ$. **1046.** $60^\circ; 50^\circ$.
1047. $30^\circ; 60^\circ$. **1049.** 1) 7; 2) 3. **1050.** $40^\circ; 50^\circ$.
1051. 80° . **1053.** $55^\circ; 145^\circ$. **1054.** $40^\circ; 30^\circ$.
1055. • 400 км. • Бірінші күні 100 км жол жүрді.



- 1) Қоршаған ортадан қиылыспайтын түзулерге мысалдар келтіріңдер.
- 2) Дәптерге қиылысатын AB және CD , қиылыспайтын EF пен KL түзулерін сызыңдар. Өзара қиылысатын түзулердің өзара қиылыспайтын түзулерден айырмашылығы неде?
- 3) Суреттегі тік төртбұрыштың, квадраттың өзара қиылыспайтын қабырғаларын теріп жазыңдар.



6.3. Параллель түзулер. Параллель кесінділер

Қиылысатын екі түзудің бір ғана ортақ нүктесі болатыны белгілі. Техникада, тұрмыста ортақ нүктелері болмайтын түзулер де кездеседі. Мысалы, түзу жолдың бойындағы автомәшине доңғалақтарының іздері, түзу жолдағы теміржолдың рельстері, кубтың қарама-қарсы қырлары, дәптердің, үстелдің қарама-қарсы жиектері параллель түзулер туралы немесе параллель кесінділер туралы түсінік береді.

Егер бір жазықтықта жатқан екі түзудің ортақ нүктелері болмаса, олар қиылыспайды.

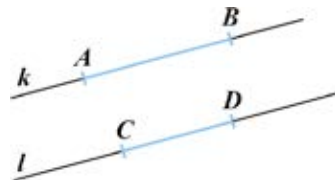
Бір жазықтықта жататын бір-бірімен қиылыспайтын екі түзу параллель түзулер деп аталады.

«Параллель» сөзі гректің «*παράλληλος*» – деген сөзінен алынған, қазақша «қатар жүруші» дегенді білдіреді. Түзулердің параллельдігі « \parallel » белгісімен белгіленеді.

6.29-суреттегі a түзуі мен b түзуі – параллель түзулер. Белгіленуі: $a \parallel b$. Оқылуы: a түзуі b түзуіне параллель.



6.29-сурет



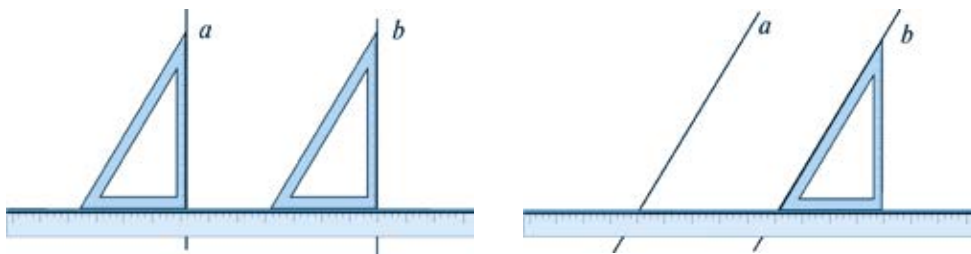
6.30-сурет

Параллель түзулерде жатқан кесінділер параллель кесінділер деп аталады (6.30-сурет).

k және l параллель түзулердің бойларында жатқан AB және CD кесінділері – параллель кесінділер: $AB \parallel CD$.

Мысалы, квадраттың, тік төртбұрыштың қарама-қарсы жатқан қабырғалары параллель кесінділер.

Параллель түзулерді салу үшін үшбұрышты сызғыш пен сызғыш пайдаланылады (6.31-сурет).



6.31-сурет

Параллель a және b түзулерін жүргізу үшін:

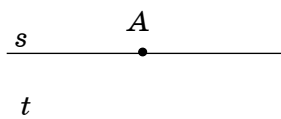
1) үшбұрышты сызғыштың бір жағын сызғышқа тіреп, оның екінші жағының бойымен a түзуін жүргіземіз;

2) сызғыштың бойымен үшбұрышты сызғышты жылжытып (қалаған бағытта), екінші b түзуін жүргіземіз.

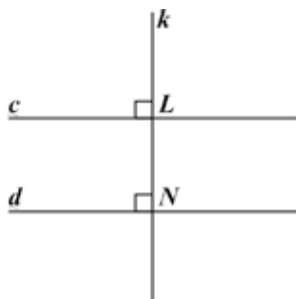
Алынған a және b түзулері өзара параллель болады: $a \parallel b$ немесе $b \parallel a$.

Берілген түзде жатпайтын бір нүкте арқылы сол түзуге бір ғана параллель түзу жүргізуге болады.

6.32-суреттегі A нүктесі t түзуінде жатпайды. A нүктесі арқылы t түзуіне параллель s түзуі жүргізілген: $s \parallel t$.



6.32-сурет



6.33-сурет

6.33-суретте k түзуіне перпендикуляр c және d түзулері жүргізілген. c және d түзулері параллель.

Егер жазықтықтағы екі түзу үшінші түзуге перпендикуляр болса, онда ол екі түзу параллель болады. Егер $c \perp k$ және $d \perp k$ болса, онда $c \parallel d$.

$c \parallel d$, c және d түзулері k түзуінің бойынан LN кесіндісін қияды. Мұндай кесіндінің ұзындығын

параллель түзулердің арақашықтығы деп атайды. $LN = 12$ мм. Демек, c және d параллель түзулердің арақашықтығы 12 мм.

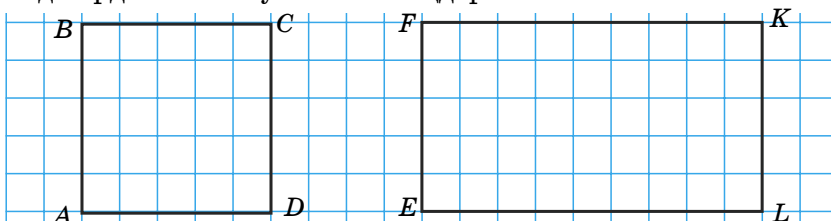


1. Қандай түзулер параллель түзулер деп аталады?
2. Параллель түзулер қалай салынады?
3. Бір түзуге перпендикуляр екі түзу өзара қиылыса ма?

1057. Параллель түзулерге қоршаған ортадан мысалдар келтіріңдер.

A

1058. 6.34-суретте кескінделген $ABCD$ квадратының және $EFKL$ тік төртбұрышының қай қабырғалары бір-біріне параллель? Параллель кесінділерді белгіленуімен жазыңдар.

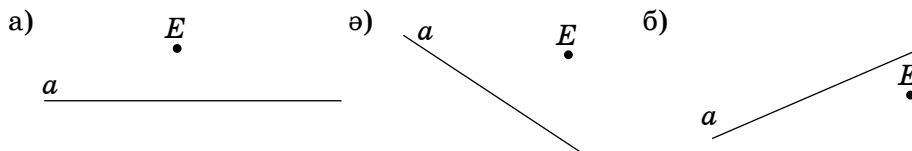


6.34-сурет

1059. Дәптерге кез келген a түзуін жүргізіңдер. Сызғыш пен үшбұрышты сызғышты пайдаланып, a түзуіне параллель екі түзу жүргізіңдер.

1060. a түзуін сызыңдар:

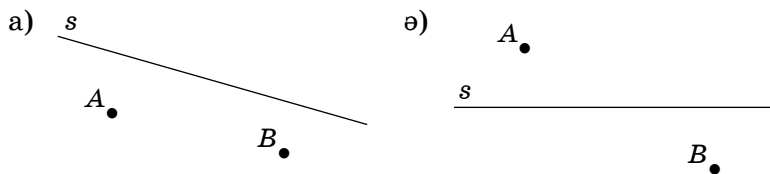
- 1) a түзуінде жатпайтын E нүктесін 6.35-суреттегідей етіп, таңдап алыңдар;
- 2) E нүктесі арқылы a түзуіне параллель түзу жүргізіңдер.



6.35-сурет

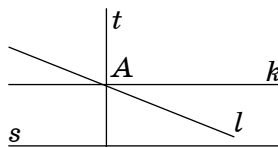
1061. s түзуін сызыңдар:

- s түзуінде жатпайтын A және B нүктелерін 6.36, a , $ә$ -суреттегідей етіп, таңдап алыңдар;
 A нүктесі арқылы s түзуіне перпендикуляр k түзуін сызыңдар.
 B нүктесі арқылы s түзуіне перпендикуляр l түзуін сызыңдар.
 k және l түзулері өзара параллель бола ма? Белгіленуін пайдаланып жазыңдар.



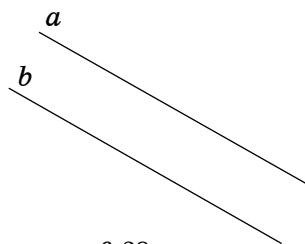
6.36-сурет

- 1062.** s түзуінде жатпайтын A нүктесі арқылы k , l және t түзулері жүргізілген. k , l және t түзулерінің қайсысы s түзуіне перпендикуляр, қайсысы параллель екенін белгіленулері арқылы жазып көрсетіңдер (6.37-сурет).



6.37-сурет

- 1063.** 6.38-суретте параллель a және b түзулері кескінделген. a және b түзулерінің арақашықтығын табыңдар.



6.38-сурет

- 1064.** Ағаштан дайындалған қыры 10 см кубтың массасы 700 г. Осы куб қыры 2 см-ге тең кубтарға бөлінген.
- Ол қыры 2 см-ге тең неше кубқа бөлінген?
 - Қыры 2 см-ге тең бір кубтың массасы неше грамм?

- 1065.** Теңсіздікті шешіңдер:

1) $3x - 1,8 < 4,2$;

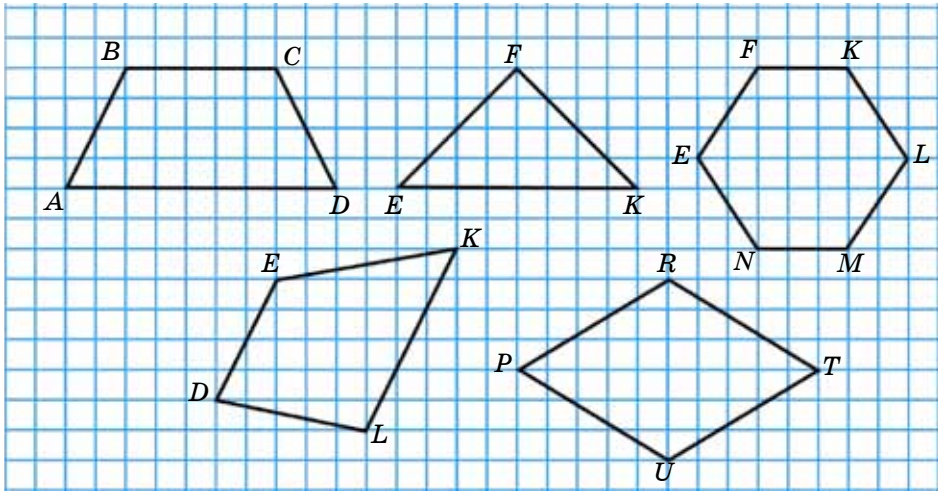
3) $0,6x + 7 < x + 9$;

2) $2,5 + \frac{3}{8}x > x$;

4) $\frac{5}{6}x - \frac{1}{4} > x + 0,75$.

B

- 1066.** 6.39-суреттегі көпбұрыштардың қай қабырғалары параллель? Белгіленуімен жазыңдар.
- 1067.** Қарама-қарсы қабырғалары параллель және бұрыштары тік бұрыш болатын төртбұрыш берілген. Оның параллель қабырғалары арасындағы арақашықтық 7 см және 3 см. Төртбұрыштың периметрін табыңдар.



6.39-сурет

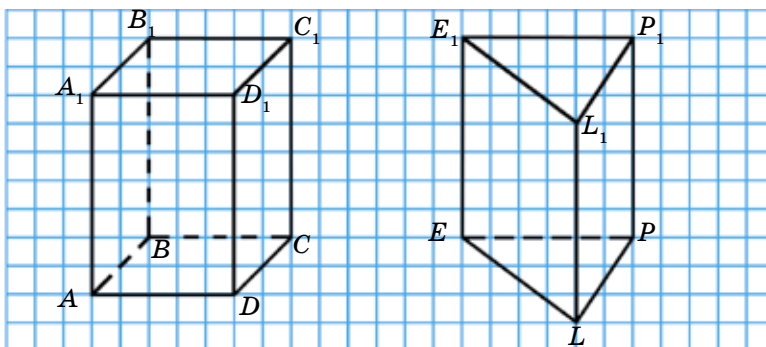
- 1068.** Дәптерге ABC үшбұрышын салыңдар. Оның AB қабырғасының бойынан E және K нүктелерін белгілеңдер. E нүктесінен, K нүктесінен AC қабырғасына параллель EN , KL кесінділерін жүргізіңдер. Неше үшбұрыш пайда болды? Үшбұрыштардың параллель қабырғаларын белгіленулерімен жазыңдар.
- 1069.** Дәптерге DEF сүйір бұрышын салыңдар. Оның EF қабырғасынан N нүктесін белгілеп:
 1) ED қабырғасына параллель түзу жүргізіңдер;
 2) EF қабырғасына перпендикуляр жүргізіңдер.
- 1070.** Сыйымдылықтары 10 л және 7 л шелектерді пайдаланып, өзеннен 8 л суды қалай өлшеп алуға болады?

1071. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $|2x - 5| = 9$; 3) $|0,4x - 1| = 2,2$; 5) $|2,5x - 3| = 7$;
 2) $|0,6 + x| = 7$; 4) $|0,5x + 3| = 5$; 6) $|0,2x + 7| = 8$.

С

- 1072.** 6.40-суретте кескінделген $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ тік төртбұрышты параллелепипедтің және $ELPE_1 L_1 P_1$ тік призманың параллель қырларын белгілеп жазыңдар.
- 1073.** ABC үшбұрышының A төбесінен BC қабырғасына, B төбесінен AC қабырғасына, C төбесінен AB қабырғасына параллель түзу жүргізіңдер. Шыққан фигурада неше үшбұрыш бар?



6.40-сурет

Параллель кесінділердің неше жұбы пайда болды? Параллель кесінділерді жазыңдар.

1074. m және n түзулері параллель. E нүктесі m түзуінен 1 см қашықтықта болса, n түзуінен 3 см қашықтықта. m және n параллель түзулері бір-бірінен неше сантиметр қашықтықта? Сызып көрсетіңдер. Есептің неше шешімі бар?

1075*. Екі үшбұрыштың аудандарының қатынасы $\frac{3}{7} : \frac{2}{3}$ қатынасындай. Екінші үшбұрыштың ауданы бірінші үшбұрыштың ауданынан 35 см^2 артық. Үшбұрыштың әрқайсысының ауданын табыңдар.

1076. Есептендер:

$$\frac{\left(2\frac{5}{7} - 1\frac{3}{5}\right) : 1,3 - 1\frac{3}{7} \cdot 0,25}{\left(\frac{2}{5} - \frac{7}{18}\right) \cdot 15} .$$

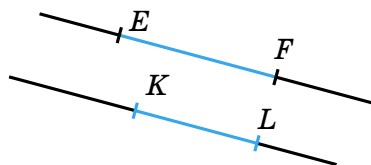
Тақырыптың түйіні.

Параллель түзулер. Параллель кесінділер.

1. Бір жазықтықта жататын ортақ бір нүктесі де болмайтын (қиылыспайтын) AB және CD түзулері параллель түзулер деп аталады (1-сурет). Белгіленуі: $AB \parallel CD$.



1-сурет

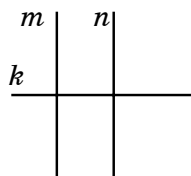


2-сурет

2. Егер кесінділер параллель түзулерде жатса, онда олар параллель кесінділер деп аталады (2-сурет). $EF \parallel KL$.

3. Егер жазықтықтағы екі түзу үшінші түзуге перпендикуляр болса, онда олар параллель болады (3-сурет).

Егер $m \perp k$ және $n \perp k$ болса, онда $m \parallel n$.



- ▲ **1064.** Бір кубтың массасы 5,6 г.
1065. 1) $x < 2$; 2) $x < 4$; 4) $x < -6$; **1067.** 20 см.
1071. 1) -2; 7; 2) -7,6; 6,4.
1074. Есептің екі шешімі бар: 4 см; 2 см.
1075. 63 см²; 98 см². **1076.** 3.



Тік төртбұрыш – жазық фигура. Оның ұзындығы горизонталь бағытта орналасса, ені вертикаль бағытта орналасады.

Демек, жазықтықта дененің өлшемдерін табу үшін, санақ басы болатын O нүктесінен горизонталь бағыттағы ығысуын және вертикаль бағыттағы ығысуын білу қажет. Онда нүктенің (A) жазықтықтағы орны неше санмен анықталады деп ойлайсыңдар?

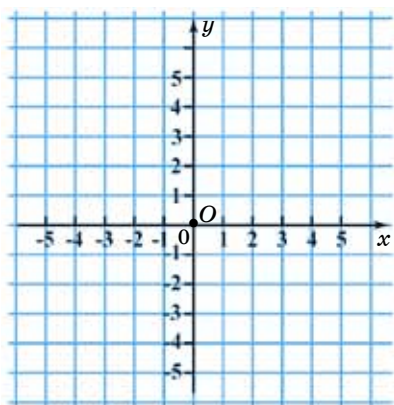
6.4. Тік бұрышты координаталар жүйесі. Координаталық жазықтық

Нүкте координаталық түзуде бір ғана санмен – координатасымен анықталатынын білеміз. Енді нүктенің жазықтықтағы орнын анықтауды үйренейік.

Мысалы, сыныптағы партаның орнын анықтау үшін оның қатар ретін және қатардағы парта ретін анықтау керек. Сонда партаның орны екі санмен анықталады.

Әрбір қаланың Жер бетіндегі орны екі санмен: ендігімен, бойлығымен анықталатынын география пәнінен білесіңдер. Мысалы, Астана қаласы 51° солтүстік ендікте, 71° шығыс бойлықта орналасқан.

Ғылымдағы кейбір зерттеу жұмыстарында денелердің өлшемдері мен пішіні ескерілмей, дене нүкте түрінде қарастырылады. Сондықтан дене жазықтықта нүктемен кескінделеді, ал нүктенің жазықтықтағы орны екі санмен анықталады.



6.41-сурет

Нүктенің жазықтықтағы орнын анықтау үшін бір-бірімен санақ басы O нүктесінде қиылысатын өзара перпендикуляр екі координаталық түзуден тік бұрышты координаталар жүйесін құру қажет (6.41-сурет).

Санақ басы O нүктесінде қиылысатын өзара перпендикуляр, бірлік кесінділері бірдей екі координаталық түзуді *тік бұрышты координаталар жүйесі* деп атайды.

Тік бұрышты координаталар жүйесі француз философы және математигі Рене Декарттың (1596–1650) құрметіне

декарттық координаталар жүйесі деп те аталады.

Тік бұрышты координаталар жүйесі орналасқан жазықтық координаталық жазықтық деп аталады.

«Координаталар» сөзі латынның *coordinatus* – қазақша «реттелген» деген сөзінен алынған. Координаталық түзулер *координаталар осьтері* деп аталады. Горизонталь сызылған координаталық түзу *абсциссалар (Ox) осі* деп аталады да, солдан оңға қарай бағытталады. Абсциссалар (Ox) осіндегі нүктенің координатасы x әрпімен белгіленеді.

Вертикаль сызылған координаталық түзу *ординаталар (Oy) осі* деп аталады да, төменнен жоғары қарай бағытталады. Ординаталар (Oy) осіндегі нүктенің координатасы y әрпімен белгіленеді.

Берілген нүктенің абсциссасы (x) мен ординатасы (y) нүктенің координаталары деп аталады.

Абсциссалар осі мен ординаталар осінің қиылысу нүктесін *координаталар басы* деп атайды. Координаталар басы O әрпімен белгіленеді. Бұл латынша *origo* – «басталу» сөзінің бірінші әрпінен алынған.

Нүктенің координаталары жақша ішіне жазылады. Нүктенің координаталарын жазғанда, оның абсциссасы (x) бірінші орынға, ординатасы (y) екінші орынға жазылады.

Мысалы, $D(2; 5)$ жазылуындағы D нүктесінің абсциссасы 2-ге тең, ал ординатасы 5-ке тең. Оқылуы: « D нүктесінің координаталары 2 және 5».

I. Координаталық жазықтықтағы нүктенің координаталарын табуды қарастырайық.

? **Тапсырма.** Координаталық жазықтықта қандай да бір A нүктесі берілген (6.42-сурет) A нүктесінің координаталарын табыңдар.

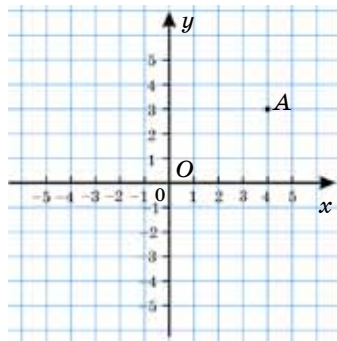
Нұсқауды пайдаланыңдар.

1. A нүктесінен абсциссалар осіне перпендикуляр түсіріп, оның табанына сәйкес нүктенің координатасын жазыңдар. $x=$ ____. Абсциссалар осінен табылған осы мән x , сол A нүктесінің абсциссасы болады.

2. A нүктесінен ординаталар осіне перпендикуляр түсіріп, оның табанына сәйкес нүктенің координатасын жазыңдар. $y=$ ____. Ординаталар осінен табылған осы мән y , сол A нүктесінің ординатасы болады.

3. A нүктесін координаталарымен жазыңдар.

4. Қорытынды.



6.42-сурет

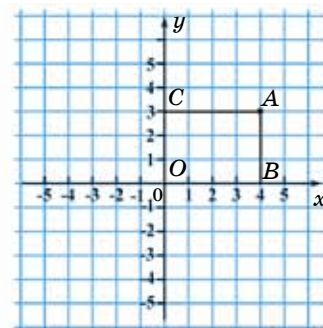
Өзінді өзің тексер.

1. AB перпендикулярларының табаны болатын B нүктесінің абсциссасы 4-ке тең. Онда $x=4$ (6.43-сурет).

2. AC перпендикулярларының табаны болатын C нүктесінің ординатасы 3-ке тең. Онда $y=3$.

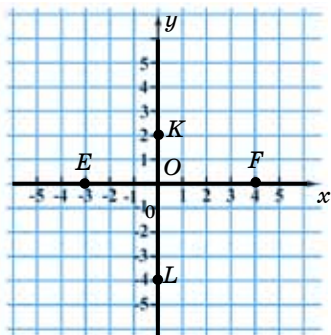
3. $A(4; 3)$.

4. Координаталық жазықтықтың әрбір нүктесіне сандардың реттелген бір ғана жұбы: абсциссасы мен ординатасы сәйкес келеді.

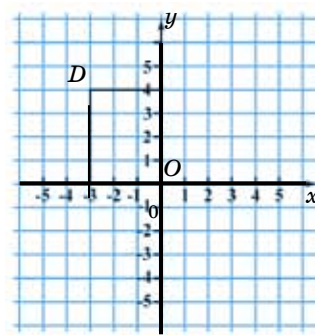


6.43-сурет

Абсциссалар осіндегі кез келген нүктенің ординатасы 0-ге тең: $(x; 0)$. Мысалы, $E(-3; 0)$, $F(4; 0)$ (6.44-сурет).



6.44-сурет



6.45-сурет

Ординаталар осіндегі кез келген нүктенің абсциссасы 0-ге тең: $(0; y)$.
Мысалы, $K(0; 2)$, $L(0; -4)$.

II. Координаталары бойынша нүктені салу.

Мысалы, координаталық жазықтықта $D(-3; 4)$ нүктесін салайық.

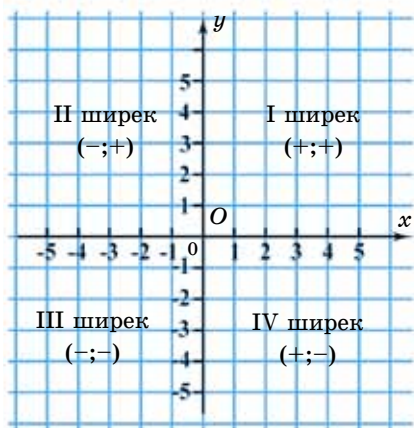
Ол үшін:

1) $x = -3$; $y = 0$ нүктесі арқылы абсциссалар осіне перпендикуляр түзу жүргіземіз (6.45-сурет).

2) $x=0$; $y=4$ нүктесі арқылы ординаталар осіне перпендикуляр түзу жүргіземіз.

3) Осы түзулердің қиылысу нүктесі $D(-3; 4)$ нүктесі болады.

Координаталық жазықтағы әрбір реттелген сандар жұбына $(x; y)$, осы сандар жұбы координаталары болатын бір ғана нүкте сәйкес келеді.



6.46-сурет

Координаталар осьтері жазықтықты төрт бөлікке бөледі. Оларды *координаталық ширектер* деп атайды.

Ширектердің рет саны сағат тілінің қозғалыс бағытына қарсы бағытта анықталады.

6.46-суретте алдымен әрбір ширектегі абсциссалардың таңбалары, сонан соң ординаталарының таңбалары жақшалардың ішінде көрсетілген.



1. Координаталар жүйесі қалай құрылады?
2. Координаталық жазықтықтағы нүктенің координаталары қалай аталады?
3. Координаталық жазықтықта берілген нүктенің координаталары қалай табылады?
4. Координаталары бойынша нүктенің жазықтықтағы орны қалай анықталады?

1077. Теңсіздіктердің бүтін сан шешімдерін атаңдар:

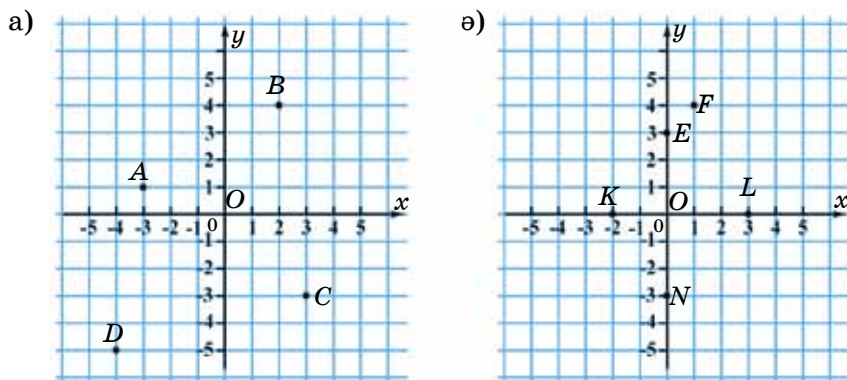
- | | | |
|-------------------------|-----------------------|--------------------------|
| 1) $-3 < x < 1$; | 3) $-9 \leq x < -6$; | 5) $-4 \leq 2x \leq 4$; |
| 2) $-1 \leq x \leq 3$; | 4) $10 < x \leq 14$; | 6) $9 \leq 3x \leq 15$. |

A

1078. Тік бұрышты координаталар жүйесін сызып, координаталары берілген нүктелерді белгілеңдер:

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| 1) $x=2, y=3$; | 3) $x=-4, y=-2$; | 5) $x=-1, y=0$; |
| 2) $x=-3, y=1$; | 4) $x=0, y=-3$; | 6) $x=0, y=5$. |

1079. Нүктелерді координаталарымен жазыңдар (6.47, а, ә-сурет).



6.47-сурет

1080. Координаталық жазықтықтан:
 $A(-2; 4)$, $B(-1; -3)$, $C(-1; 5)$; $D(1; -3)$; $E(-5; 2)$; $K(0; -1)$ нүктелерін белгілеңдер.

1081. Ұштарының координаталары бойынша AB , CD және EF кесінділерін сызыңдар:

1) $A(3; 1)$, $B(-3; 3)$; 2) $C(-2; -3)$, $D(4; -1)$; 3) $E(1; 3)$, $F(3; -4)$.

1082. Координаталық жазықтықта $A(3; 2)$ нүктесін белгілеңдер. Координаталары A нүктесінің координаталарына қарама-қарсы сандар болатын B нүктесін табыңдар. AB кесіндісін сызыңдар.

1083. Координаталық жазықтықта $M(-2; -3)$, $N(2; 4)$; $K(-3; 4)$, $L(3; 1)$ ұштарының координаталары бойынша MN және KL кесінділерін сызып, олардың қиылысу D нүктесінің координаталарын табыңдар.

1084. Координаталық жазықтықта:

1) $y=0$; $-2 \leq x \leq 5$; 3) $y=2$; $-1 \leq x \leq 4$;

2) $x=0$; $-2 \leq y \leq 3$; 4) $x=1$; $-2 \leq y \leq 2$

шартын қанағаттандыратын нүктелер жиынын бояп көрсетіңдер.

1085. 1) $B(x; 3)$ және $A(-2; 1)$ нүктелері абсциссалар осіне жүргізілген перпендикуляр түзуде жатыр. x -ті табыңдар.

2) $D(-2; y)$ және $C(3; 2)$ нүктелері ординаталар осіне перпендикуляр түзуде жатыр. y -ті табыңдар.

- 1086.** Амалдарды орындаңдар:
- 1) $71,33 - 16,8 : (3,08 + 1,12)$;
 - 2) $(0,62 + 0,56 - 0,29) \cdot (8,44 - 5,34)$;
 - 3) $62,9 + (12,5 - 7,6 + 3,21) : 0,1$;
 - 4) $(8,25 \cdot 0,1 - 0,025) \cdot (2,21 + 4,79) : 0,1$.

B

- 1087.** 1) Координаталық жазықтықта абсциссасы 2-ге тең кез келген үш нүкте белгілеңдер. Оларды координаталарымен жазыңдар.
2) Координаталық жазықтықта ординатасы 4-ке тең кез келген үш нүкте белгілеңдер. Оларды координаталарымен жазыңдар.
- 1088.** Координаталық жазықтықта MN кесіндісін сызып, оның ординаталар осімен қиылысу нүктесінің координаталарын жазыңдар:
1) $M(6; -2)$; $N(-3; 4)$; 2) $M(-2; 2)$; $N(1; -4)$.
- 1089.** Координаталық жазықтықта төбелерінің координаталары бойынша:
1) үшбұрышты салыңдар: $A(-3; -1)$; $B(2; 4)$ және $C(6; -2)$;
2) тік төртбұрышты салыңдар: $A(-2; -2)$; $B(-2; 1)$; $C(4; 1)$ және $D(4; -2)$.
- 1090.** Координаталық жазықтықтағы $ABCD$ квадратының үш төбесінің координаталары: $A(-3; -2)$; $B(-3; 2)$; $C(1; 2)$ бойынша төртінші төбесі D -ның координаталарын тауып, квадрат салыңдар.
- 1091.** ABC тік бұрышты үшбұрышының A төбесі координаталар бабында орналасқан. Оның B және C төбелерінің координаталары $B(0; 3)$; $C(6; 0)$. ABC тік бұрышты үшбұрышының ауданын табыңдар. Бірлік кесінді 1 см-ге тең.
- 1092.** Ұштарының координаталары бойынша AB және CD кесінділерін сызыңдар.
 $A(-1; 6)$; $B(4; -4)$ және $C(4; 5)$ $D(-4; -3)$.
Координаталарымен жазыңдар:
1) AB және CD кесінділерінің қиылысу E нүктесін;
2) AB кесіндісінің ординаталар (Oy) осімен қиылысу L нүктесін;
3) CD кесіндісінің абсциссалар (Ox) осімен қиылысу K нүктесін.
- 1093.** Велосипедпен 219,2 м/мин жылдамдықпен келе жатқан бала өзінен 452,1 м қашықтықтағы жаяу жүріп бара жатқан досын қуып жетпекші болды. Жаяу жүргендіктен, досының жылдамдығы

велосипедшінің жылдамдығынан 3,2 есе кем. Велосипедпен келе жатқан бала досын қанша уақыттан кейін қуып жетеді?

A. 3 мин; B. 4 мин; C. 3,5 мин; D. 2 мин.

1094. Теңдеуді шешіңдер:

1) $|x| + 4 = 7$; 2) $2|x + 6| = 30$; 3) $|x| - 8 = 3$; 4) $|4x - 7| + 6 = 11$.

C

1095. Шегіртке координаталық жазықтықта $A(1; -1)$ нүктесінен солға (батысқа) қарай 3 бірлікке секірді. Оның әрбір келесі секіргені алдыңғысынан 1 бірлікке ұзын. Шегіртке батысқа қарай секірген соң солтүстікке, сонан соң шығысқа, сонан соң оңтүстікке қарай секірді. Шегіртке осылайша 4 рет секіргенде координаталары қандай нүктеде болды?

1096. Координаталық жазықтықта $ABCD$ тік төртбұрышының $A(-2; -2)$, $B(-2; 2)$ және $C(4; 2)$ төбелері бойынша оның D төбесінің координаталарын анықтаңдар. Берілген тік төртбұрыштың периметрін есептеп табыңдар. Бірлік кесінді 1 см-ге тең.

1097. $EFMN$ квадратының E төбесі координаталар басында жатыр, оның $F(0; 4)$, $M(4; 4)$ төбелерінің координаталары бойынша N төбесінің координатасын табыңдар. $EFMN$ квадратының ауданын табыңдар. Бірлік кесінді 1 см-ге тең.

1098. Координаталары бойынша AB және CD сәулелерін сызыңдар:
 $A(-7; 6)$; $B(-3; 4)$; $C(7; 6)$; $D(4; 4)$.

Координаталарымен жазыңдар:

1) AB және CD сәулелерінің қиылысу E нүктесін;

2) CD сәулесінің абсциссалар осімен (Ox) қиылысу N нүктесін.

1099. Координаталық жазықтықта:

1) $-4 \leq x \leq 1$; $-3 \leq y \leq 2$; 2) $2 \leq x \leq 5$; $1 \leq y \leq 4$

шарттарын қанағаттандыратын $A(x; y)$ нүктелер жиынын бояп көрсетіңдер.

1100. Координаталық жазықтықта төбелері: $A(0; -2)$; $B(6; -2)$ және $C(6; 4)$ нүктелері болатын ABC үшбұрышын салып, оның ауданын табыңдар. Бірлік кесінді 1 см-ге тең.

1101. Қолжазбаны компьютерде терушілердің біріншісі 9 сағатта, екіншісі 6 сағатта тереді. Бірінші теруші қолжазбаны 3 сағат терген соң, оған басқа жұмыс тапсырылды. Қолжазбаның қалғанын

екінші теруші терді. Қолжазбаны екінші теруші неше сағатта теріп бітіреді?

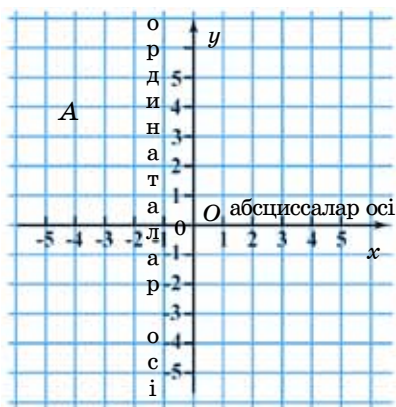
1102. Ең тиімді тәсілмен есептеңдер:

$$1) \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{4}}; \quad 2) \frac{\frac{1}{4} - \frac{2}{15}}{\frac{4}{5} - \frac{2}{5}}; \quad 3) \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{10}}{\frac{5}{9} - \frac{7}{15}}; \quad 4) \frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{12}}{\frac{5}{36} + \frac{1}{9}}.$$

Тақырыптың түйіні.

Тік бұрышты координаталар жүйесі. Координаталық жазықтық.

Тік бұрышты координаталар жүйесі – санақ басы ортақ, өзара перпендикуляр және бірлік кесінділері бірдей екі координаталық түзу (1-сурет).



1-сурет

Координаталар осьтері (Ox және Oy) жүргізілген жазықтық координаталық жазықтық деп аталады. Белгіленуі Oxy .

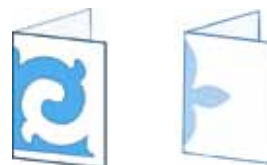
Координаталық жазықтықтағы нүктенің абсциссалар (Ox) осі бойындағы координатасы оның *абсциссасы* болса, ординаталар (Oy) осі бойындағы координатасы оның *ординатасы* болады.

Мысалы, 1-суреттегі A нүктесінің абсциссасы -4 -ке тең, ординатасы 3 -ке тең. Жазылуы: $A(-4; 3)$. Оқылуы: "А нүктесінің координаталары -4 және 3 ".

- ▲ **1085.** 1) $x=-2$; 2) $y=2$. **1086.** 1) 67,33; 2) 2,759; 3) 144; 4) 56.
1090. $D(1; -2)$. **1092.** 1) $E(1; 2)$. 2) $L(0; 4)$; 3) $K(-1; 0)$.
1094. 2) $-21; 9$; 4) $0,5$; 3. **1095.** $(3; -3)$.
1097. $N(4; 0)$. 16 см^2 . **1100.** 18 см^2 . **1101.** 4 сағатта.
1102. 1) 2; 2) 7; 3) $0,75$; 4) 3.



1. Парақ бетіне a түзуін сызып, оның бойымен парақты бүктендер.
2. Бүктелген парақтың сыртқы бетіне қандай да бір өрнектің жартысының суретін салыңдар (6.48-сурет).
3. Қағаздағы салынған суретті қайшымен қиып алыңдар. Қағаздың бүктеуін жазыңдар.
4. Сонда қандай сурет қиылып алынды?



6.48-сурет

6.5. Осьтік симметрия

Табиғатта, техникада және тұрмыста кейбір денелердің бөліктері өзара ұқсас, үйлесімді орналасады. Насекомдарды, ою-өрнектерді, әшекейлік бұйымдарды, т.б. (6.49-сурет) мысалға келтіруге болады.



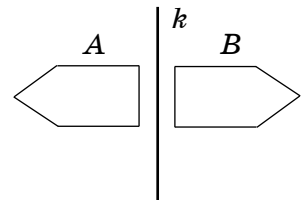
6.49-сурет

Мұндай жағдайда: дененің, фигураның бөліктері симметриялы деген сөздерді жиі кездестіреміз. «Симметрия» грек сөзінен алынған, ол «өлшемдес» деген ұғымды білдіреді.

Симметрия әртүрлі болады. Симметрияның ең қарапайым түрі – *түзуге қатысты симметрия*. Түзуге қатысты симметрия *осьтік симметрия* деп аталады. Түзудің өзін *симметрия осі* деп атайды.

Мысалы, 6.50-суретте жазықтықтағы A фигурасы B фигурасына k түзуіне қатысты симметриялы.

Кез келген геометриялық фигура нүктелерден құралатындықтан, түзуге қатысты симметриялы нүктелерді салуды үйренейік.



6.50-сурет

? **Тапсырма.** k түзуінен тыс жатқан A нүктесі берілген (6.51-сурет). k түзуіне қатысты A нүктесіне симметриялы A_1 нүктесін салыңдар.

Нұсқау.

1. A нүктесі арқылы k түзуіне перпендикуляр l түзуін жүргізіңдер. k және l түзулерінің қиылысу нүктесін O әрпімен белгілеңдер.

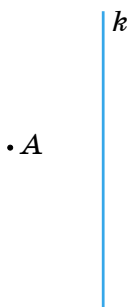
2. l түзуі бойында k түзуінен, A нүктесімен бірдей қашықтықта A_1 нүктесін белгілеңдер. Сонда k түзуіне қатысты A нүктесіне симметриялы A_1 нүктесі салынады.

3. Қорытынды.

Өзіңді өзің тексер.

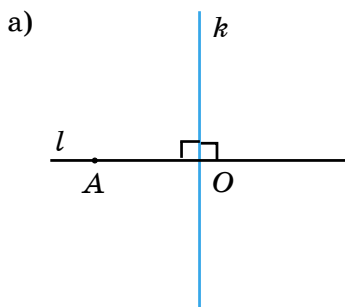
Берілгені:

k түзуі және A нүктесі.

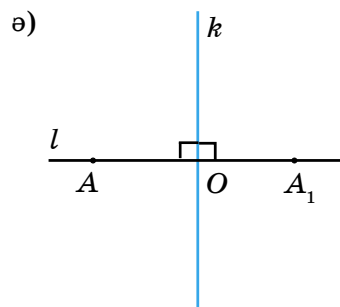


6.51-сурет

1. A нүктесі арқылы k түзуіне перпендикуляр l түзуі жүргізілді (6.52, а-сурет).



2. l түзуі бойында $AO=OA_1$ кесінділері салынды (6.52, ә-сурет).



6.52-сурет k түзуіне қатысты A нүктесімен симметриялы A_1 нүктесі салынды.

k түзуін A және A_1 нүктелерінің симметрия осі деп атайды.

3. Қорытынды.

k түзуі AA_1 кесіндісінің ортасынан өтіп және оған перпендикуляр болғандықтан, A нүктесі A_1 нүктесіне k түзуіне қатысты симметриялы. $AA_1 \perp k$; $OA=OA_1$.



6.53-сурет

Симметрия осі бойындағы кез келген нүкте өзіне-өзі симметриялы.

Мысалы, 6.53-суретте кескінделген N нүктесі k түзуіне қатысты өзіне-өзі симметриялы.

Симметриялы екі нүкте бірдей әріппен белгіленіп, тек қана олардың біреуінің төменгі оң жақ ұшына цифр-индекс қойылады.

Түзуге қатысты берілген кесіндіге симметриялы кесіндіні салуды қарастырайық.



6.54-сурет

Мысалы, s түзуіне қатысты AB кесіндісіне симметриялы A_1B_1 кесіндісін салу үшін (6.54-сурет):

1) AB кесіндісінің A және B нүктелеріне s түзуіне қатысты симметриялы A_1 және B_1 нүктелерін салу керек;

2) A_1 және B_1 нүктелерін қосып, A_1B_1 кесіндісін алу керек.

s түзуіне қатысты AB кесіндісіне A_1B_1 кесіндісі симметриялы. Егер s түзуі бойымен

жазықтықты бүктесек, AB кесіндісі A_1B_1 кесіндісімен беттеседі. Демек, $AB = A_1B_1$.

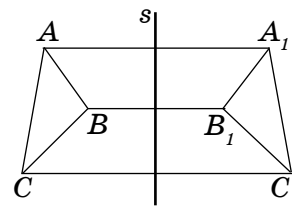
Егер түзу бойымен бүктегенде жазықтықтағы екі фигура бір-бірімен беттесетін болса, ондай фигуралар *түзуге қатысты симметриялы фигуралар* деп аталады.

6.55-суретте s түзуіне қатысты симметриялы үшбұрыштар кескінделген.

Мұндағы ABC және $A_1B_1C_1$ үшбұрыштары тең үшбұрыштар.

Себебі, s түзуі бойымен бүктесек, олардың сәйкес төбелері (A төбесі A_1 төбесімен, B төбесі B_1 төбесімен, C төбесі C_1 төбесімен) беттеседі.

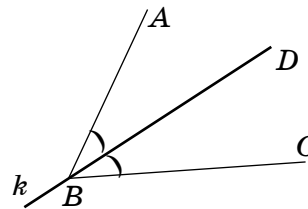
Симметриялы фигуралар өзара тең фигуралар болады.



6.55-сурет

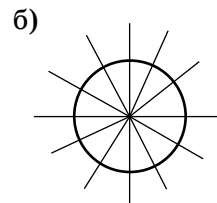
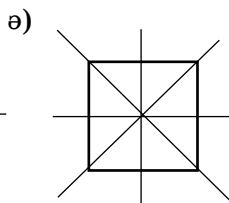
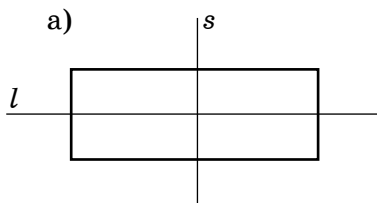
Егер түзу фигураны симметриялы екі бөлікке бөлсе, онда ондай фигура *осьтік симметриялы фигура* деп аталады. Түзу сол фигураның *симметрия осі* деп аталады.

Мысалы, бұрыш – осьтік симметриялы фигура. Бұрыштың симметрия осі – ол бұрыштың биссектрисасы орналасқан түзу. 6.56-суретте кескінделген ABC бұрышының AB қабырғасы BC қабырғасына оның биссектрисасы BD -ның бойында орналасқан k түзуіне қатысты симметриялы.



6.56-сурет

Тік төртбұрыштың екі симметрия осі бар (6.57, а-сурет).



6.57-сурет

Квадраттың төрт симметрия осі бар (6.57, ә-сурет).

Шеңбердің шектеусіз көп симметрия осьтері бар (6.57, б-сурет). Шеңбердің центрі арқылы өтетін кез келген түзу, оның симметрия осі болады.

Бұрыш, тік төртбұрыш, квадрат және шеңбер – осьтік симметриялы фигуралар.

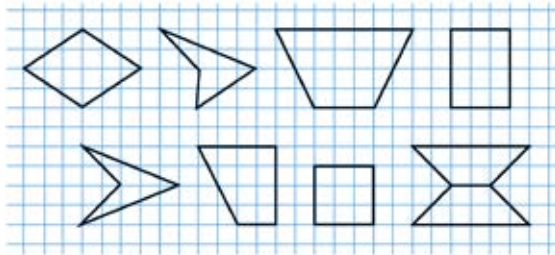


1. Қандай фигуралар түзуге қатысты симметриялы фигуралар деп аталады?
2. Осьтік симметриялы фигура деп қандай фигураны айтамыз?
3. Осьтік симметриялы фигураларға мысалдар келтіріңдер.
4. Тік төртбұрыштың неше симметрия осі бар? Шеңбердің ше?

1103. ABC бұрышының градустық өлшемі 80° . Оның B төбесінен жүргізілген BD және BE сәулелері $\angle ABD = 30^\circ$ және $\angle ABE = 40^\circ$ бұрыштарын жасайды. BD және BE сәулелерінің қайсысы ABC бұрышының симметрия осінде жатыр? Не себепті? (Ауызша).

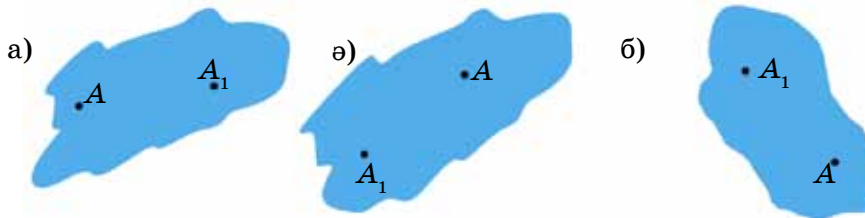
A

1104. Мына фигуралардан осьтік симметриялы фигураларды таңдап алыңдар. Оларды дәптерге көшіріп салып, симметрия осьтерін сызыңдар (6.58-сурет).



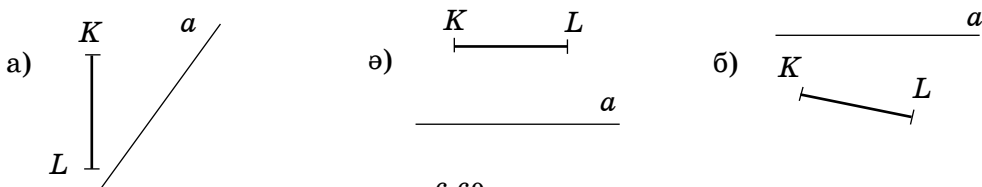
6.58-сурет

1105. Дәптерге 6.59 *a*, *ә*, *б*-суреттегідей A және A_1 нүктелерін белгілеп, A нүктесіне A_1 нүктесі симметриялы болатындай k түзуін сызыңдар.



6.59-сурет

1106. Дәптерге 6.60, *a*, *ә*, *б*-суреттегідей KL кесіндісін және a түзуін сызыңдар. a түзуіне қатысты KL кесіндісіне симметриялы K_1L_1 кесіндісін сызыңдар.

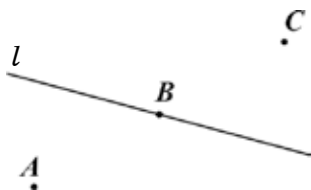


6.60-сурет

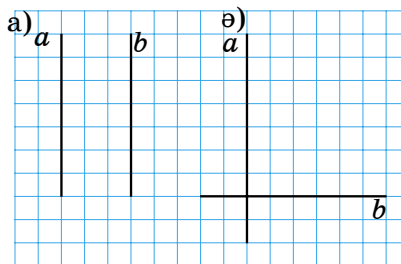
- 1107.** Координаталық жазықтықта $A(3; 5)$ нүктесіне:
 1) ординаталар осіне қатысты симметриялы нүктені тауып, координаталарымен жазыңдар;
 2) абсциссалар осіне қатысты симметриялы нүктені тауып, координаталарымен жазыңдар.
- 1108.** Қабырғасы 4 см квадраттың барлық симметрия осьтерін сызыңдар. Квадраттың барлық симметрия осьтері квадратты неше тең үшбұрышқа бөледі? Олардың біреуінің ауданын табыңдар.
- 1109.** Координаталық жазықтықта ұштары $A(-3; 2)$ және $B(2; 5)$ нүктелерінде болатын AB кесіндісін сызыңдар. AB кесіндісіне абсциссалар осіне қатысты симметриялы A_1B_1 кесіндісін салыңдар. A_1 және B_1 нүктелерін координаталарымен жазыңдар.
- 1110.** Өрнектің мәнін табыңдар:
- 1) $\frac{x-9}{4} + 2$, мұндағы $x=-7$; 3) $\frac{7-2x}{3} + 6$, мұндағы $x=-4$;
 2) $\frac{3x+4}{2} - 8$, мұндағы $x=6$; 4) $10 - \frac{8x+9}{7}$, мұндағы $x=5$.

В

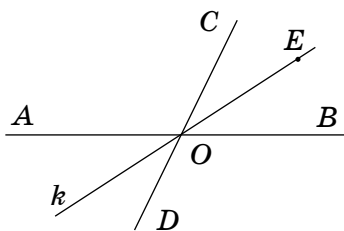
- 1111.** 6.61-суретті дәптерге көшіріп салыңдар. l түзуіне қатысты A , B және C нүктелеріне симметриялы нүктелерді салыңдар. B нүктесіне қай нүкте симметриялы? Неше нүкте салынды?



6.61-сурет



6.62-сурет



6.63-сурет

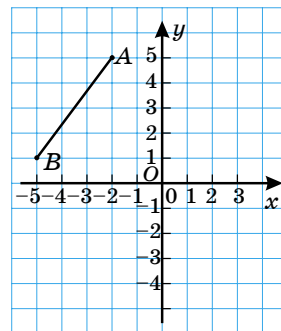
- 1112.** 6.62 a , a' -суреттегі a түзуі l түзуіне қатысты b түзуімен симметриялы. l түзуін жүргізіңдер.

- 1113.** AB және CD түзулері O нүктесінде қиылысады (6.63-сурет). k түзуі – AOD және COB вертикаль бұрыштарының симметрия осі. E нүктесі – k түзуіндегі нүкте. COE

бұрышының градустық өлшемі 30° . AOD бұрышының градустық өлшемін табыңдар.

1114. Жазықтықта қиылысатын a және b түзулері берілген. 9 нүкте a және b түзулерінің әрқайсысына қатысты симметриялы орналасқан. Осы нүктелерден бір нүктенің a және b түзулерінің қиылысында орналасатынын дәлелдендер.

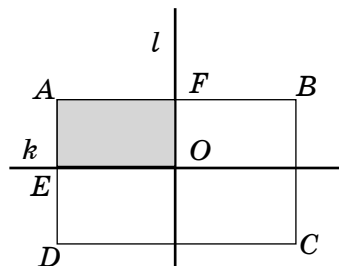
1115. Координаталық жазықтықта төбелері: $A(-4; 1)$; $B(-2; 5)$; $C(5; 3)$ нүктелері болатын ABC үшбұрышын салыңдар. ABC үшбұрышына абсциссалар осіне қатысты симметриялы $A_1B_1C_1$ үшбұрышын салыңдар.



6.64-сурет

1116. Координаталық жазықтықтағы AB кесіндісіне ординаталар осіне қатысты симметриялы болатын A_1B_1 кесіндісін, абсциссалар осіне қатысты симметриялы болатын A_2B_2 кесіндісін салып, ұштарының координаталарын жазыңдар (6.64-сурет).

1117. l және k түзулері – $ABCD$ тік төртбұрышының симметрия осьтері (6.65-сурет). $ABCD$ тік төртбұрышының A төбесінің l симметрия осінен қашықтығы 3 см, ал k симметрия осінен қашықтығы 2 см. $ABCD$ тік төртбұрышының: 1) периметрін табыңдар; 2) ауданын табыңдар.



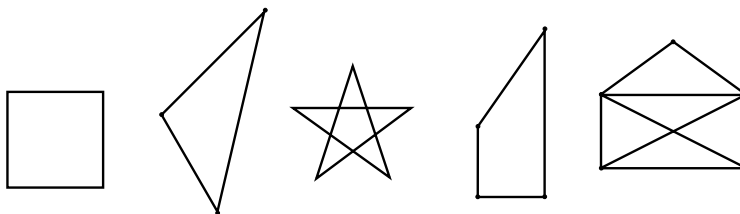
6.65-сурет

1118. 10 кг бидайдан 8 кг ұн алынады. 2 кг ұннан 3 кг нан алынады. 150 кг бидайдан неше килограмм нан алынады?

- A. 170 кг; B. 180 кг; C. 190 кг; D. 200 кг.

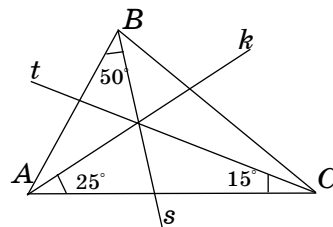
C

1119. 6.66-суреттен симметрия осі бар фигураларды таңдап алып, оларды дәптерге салыңдар. Симметрия осін (осьтерін) сызыңдар.



6.66-сурет

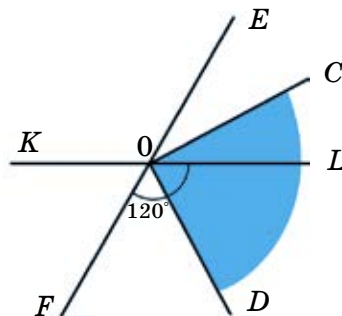
1120. 6.67-суреттегі ABC үшбұрышының B бұрышының, A бұрышының, C бұрышының биссектрисалары – s , k , t сәулелері оларды градусық өлшемдері 50° ; 25° ; 15° бұрыштарға бөледі. B , A және C бұрыштарының градусық өлшемдерінің қосындысы неше градус?



6.67-сурет

1121. Жазықтықтағы 5 нүкте a түзуіне қатысты симметриялы. Кем дегенде бір нүктенің симметрия осінде жататынын дәлелдендер.

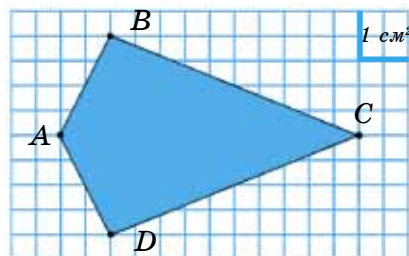
1122. EF және KL түзулері O нүктесінде қиылысады. $\angle FOL = 120^\circ$. OC сәулесі – $\angle EOL$ бұрышының биссектрисасы, ал OD сәулесі – $\angle FOL$ бұрышының биссектрисасы. $\angle COD$ бұрышының градусық өлшемін табыңдар (6.68-сурет).



6.68-сурет

1223. Координаталық жазықтықтағы $ABCD$ квадратының $A(-2; 1)$ төбесі D төбесіне; $B(-2; 5)$ төбесі C төбесіне ординаталар осіне қатысты симметриялы. $ABCD$ квадратының симметрия осьтерінің қиылысу нүктесі болып табылатын E нүктесінің координаталарын табыңдар.

1224. 6.69-суреттегі $ABCD$ фигурасын дәптерге көшіріп салыңдар.
1) $ABCD$ фигурасының симметрия осін тауып, оны сызыңдар;
2) $ABCD$ фигурасының ауданын квадрат сантиметр есебімен табыңдар.



6.69-сурет

1125. Компьютердің бағасы алғашқы бағасының $\frac{1}{5}$ -іне арзандады.

Компьютердің алғашқы бағасы, соңғы бағасынан неше есе артық?

- A. 1,2 есе; B. 1,3 есе; C. 1,25 есе; D. 1,2 есе;

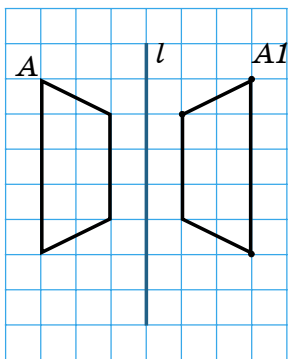
1126. Есептеңдер:

$$\frac{5 + \frac{3 - \frac{3}{4}}{3}}{2 + \frac{7}{8}} + \frac{2 \frac{11}{15} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{12} + \frac{2}{3}}$$

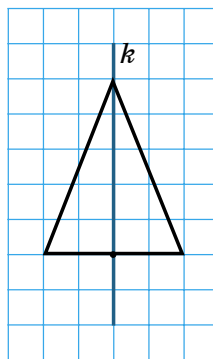
Тақырыптың түйіні.

Осьтік симметрия.

Егер l түзуі бойымен бүктелгенде жазықтықтағы A және A_1 (1-сурет) фигуралары беттессе, онда мұндай фигуралар *симметриялы фигуралар* деп аталады.



1-сурет



2-сурет

Егер фигураның әрбір нүктесімен k түзуіне қатысты симметриялы нүкте фигураның өзінде жатса, онда фигура k түзуіне қатысты *симметриялы фигура* деп аталады (2-сурет). k түзуі фигураның *симметрия осі* деп аталады.

▲ 1108. 2 см^2 . 1113. 60° . 1117. 1) 20 см ; 2) 24 см^2 . 1122. $\angle COD = 90^\circ$.
1123. $E(0; 3)$. 1124. 2) 12 см^2 . 1126. 2,2.



1) Тік бұрышты координаталар жүйесін сызып: $A(-3; 0)$, $A_1(3; 0)$ нүктелерін тауып белгілеңдер. AA_1 кесіндісінің орта нүктесін табыңдар. A және A_1 нүктелері O нүктесіне қатысты симметриялы бола ма?

2) O нүктесіне қатысты $B(-5; 0)$ нүктесіне симметриялы нүктені тауып, оны координаталарымен жазыңдар.



6.6. Центрілік симметрия

Симметрияның ең көп кездесетін түрлерінің бірі – центрілік симметрия.

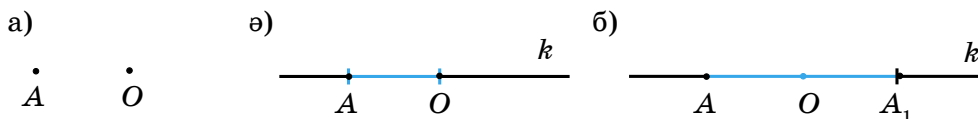
Нүктеге қатысты симметрия центрлік симметрия деп аталады. Ал нүктенің өзін *симметрия центрі* деп атайды.

I. *O* нүктесіне қатысты *A* нүктесіне симметриялы A_1 нүктесін салуды қарастырайық (6.70, а-сурет).

Ол үшін:

1) Берілген *A* және *O* нүктелері арқылы *k* түзуін жүргізу керек (6.70, ә-сурет).

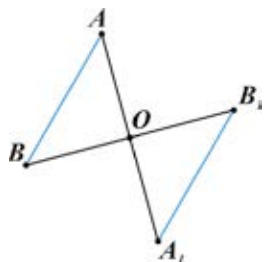
2) *k* түзуінің бойына ұзындығы *AO* кесіндісіне тең OA_1 кесіндісін өлшеп салу керек. $AO=OA_1$ (6.70, б-сурет). Мұндай *A* және A_1 нүктелері *O* нүктесіне қатысты *симметриялы нүктелер* деп аталады.



6.70-сурет

O нүктесі – *A* және A_1 нүктелерінің симметрия центрі.

Егер *O* нүктесі AA_1 кесіндісінің қақ ортасындағы нүкте болса, онда *A* және A_1 нүктелері *O* нүктесіне қатысты *симметриялы нүктелер* деп аталады.



6.71-сурет

II. *O* нүктесіне қатысты *AB* кесіндісіне симметриялы кесіндіні салуды қарастырайық (6.71-сурет).

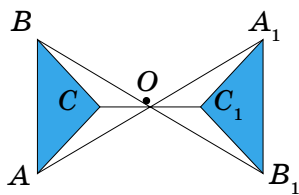
Ол үшін:

1) *O* нүктесіне қатысты *A* нүктесіне симметриялы A_1 нүктесін және *B* нүктесіне симметриялы B_1 нүктесін салу керек.

2) A_1 және B_1 нүктелерін қоссақ, A_1B_1 кесіндісі алынады. *AB* және A_1B_1 кесінділері *O* нүктесіне қатысты симметриялы.

Центрлік симметриялы кесінділер тең кесінділер болады:

$$AB = A_1B_1.$$



6.72-сурет

III. *O* нүктесіне қатысты *ABC* үшбұрышына симметриялы $A_1B_1C_1$ үшбұрышын салу үшін: *O* нүктесіне қатысты *A*, *B* және *C* нүктелеріне симметриялы A_1 , B_1 және C_1 нүктелерін салып, оларды кесінділермен қосу керек (6.72-сурет).

Сонда *O* нүктесіне қатысты *ABC* үшбұрышымен симметриялы $A_1B_1C_1$ үшбұрышы салынады.

Центрлік симметрия бұру бұрышы 180° -қа тең болғандағы бұрудың жеке жағдайы болып табылады.

Центрлік симметриялы фигуралардың біреуін 180° -қа бұрғанда, ол оған симметриялы екінші фигурамен беттеседі.

Демек, **центрлік симметриялы фигуралар өзара тең.**

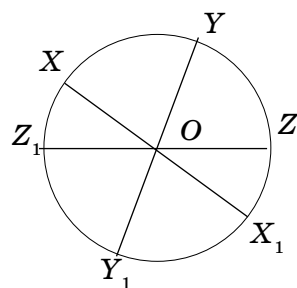
Симметрия центрі және оған қатысты симметриялы нүктелер фигураның өзіне тиісті болатын фигуралар да бар.

Мысалы, кесінді, шеңбер, квадрат және т.б. фигуралар.

Егер O нүктесі және оған қатысты симметриялы нүктелер фигураның өзінде жатса, ол фигура *центрлік симметриялы фигура* деп аталады.

O нүктесі фигураның симметрия центрі деп аталады.

Шеңбер – центрлік симметриялы фигура.



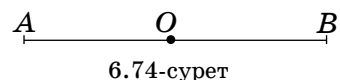
6.73-сурет

Шеңбердің қандай да бір диаметрі бойындағы нүктелері оның центріне қатысты симметриялы (6.73-сурет). O нүктесіне қатысты X нүктесі X_1 нүктесіне, Y нүктесі Y_1 нүктесіне, Z нүктесі Z_1 нүктесіне, т.б. симметриялы.

Шеңбердің симметрия центрі – шеңбердің центрі болатын O нүктесі.

Кесінді – центрлік симметриялы фигура.

Кесіндіні тең екі бөлікке бөлетін ($AO=OB$) O нүктесі – оның симметрия центрі (6.74-сурет).

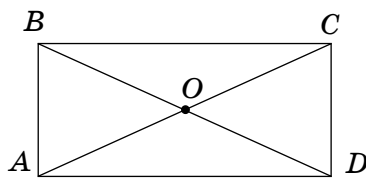


6.74-сурет

Тік төртбұрыш – центрлік симметриялы фигура (6.75-сурет).

Тік төртбұрыштың диагональдарының қиылысу нүктесі оның симметрия центрі болады. O нүктесі – $ABCD$ тік төртбұрышының симметрия центрі.

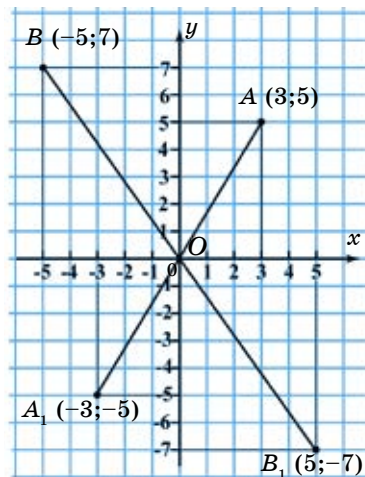
Координаталық жазықтықтағы координаталар басы $O(0; 0)$ нүктесіне қатысты центрлік симметриялы нүктелерді қарастырайық (6.76-сурет).



6.75-сурет

Координаталық жазықтықтағы координаталар басы O нүктесіне қатысты $A(3; 5)$ нүктесі $A_1(-3; -5)$ нүктесіне және $B(-5; 7)$ нүктесі $B_1(5; -7)$ нүктесіне симметриялы.

Координаталық жазықтықтағы координаталар басы O нүктесіне қатысты симметриялы нүктелердің координаталары қарама-қарсы сандар болады.



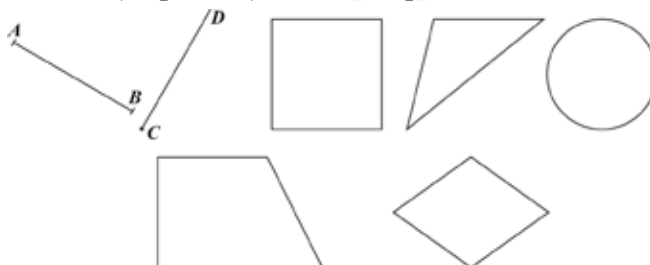
6.76-сурет



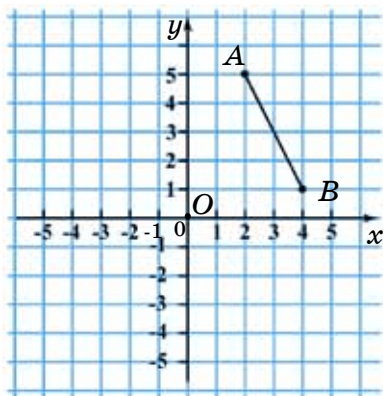
1. Қандай екі нүкте O нүктесіне қатысты симметриялы болады?
2. Қандай фигуралар центрлік симметриялы деп аталады? Мысалдар келтіріңдер.
3. Кесіндінің, тік төртбұрыштың және шеңбердің симметрия центрі қайда орналасады?

A

1127. Симметрия центрлері қайда орналасады, егер фигура:
 1) кесінді; 2) түзу; 3) тік төртбұрыш болса?



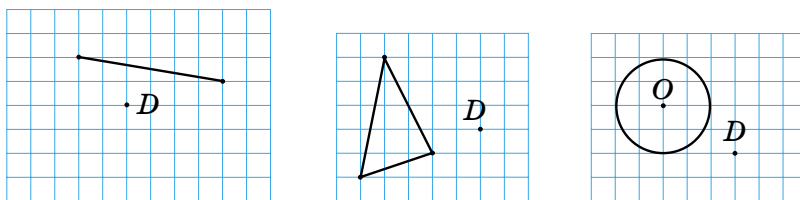
6.77-сурет



6.78-сурет

1128. Фигуралардан симметрия центрі бар фигураларды таңдап алып, оларды дәптерге көшіріп салыңдар. Симметрия центрін тауып, белгілеңдер (6.77-сурет).

1129 6.78-суретті дәптерге көшіріп салыңдар. Координаталық жазықтықта берілген AB кесіндісіне координаталар басы $O(0; 0)$ нүктесіне қатысты симметриялы кесінді салып, оның шеткі нүктелерінің координаталарын жазыңдар.

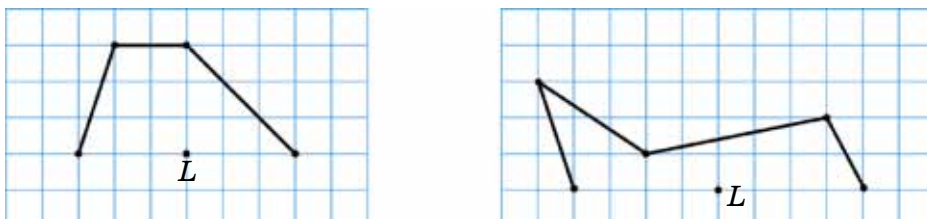


6.79-сурет

- 1130.** 6.79-суретті дәптерге көшіріп салыңдар. Берілген: 1) кесіндіге; 2) үшбұрышқа; 3) шеңберге D нүктесіне қатысты симметриялы кесіндіні, үшбұрышты, шеңберді салыңдар.
- 1131.** Координаталық түзу бойындағы A және A_1 нүктелері $P(1)$ нүктесіне қатысты симметриялы нүктелер. Егер: 1) $A(3)$; 3) $A(-4)$;
2) $A(-2)$; 4) $A(5)$
болса, A_1 нүктесінің координатасын табыңдар.

В

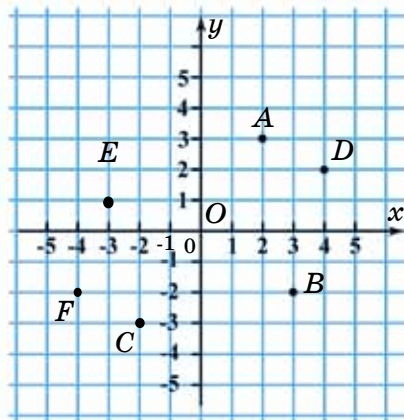
- 1132.** 6.80-суретте центрлік симметриялы фигураның бөлігі кескінделген. Суретті дәптерге көшіріп салып, сызбаны толықтырыңдар.



6.80-сурет

- 1133.** 6.81-суреттегі координаталар басы O нүктесіне қатысты симметриялы нүктелерді тауып, оларды координаталарымен жазыңдар.

- 1134.** Координаталық түзуде P нүктесіне қатысты центрлік симметриялы болатын нүктелер берілген. P нүктесінің координатасын табыңдар: 1) $A(-5)$; $B(3)$; 3) $E(-4)$; $F(6)$;
2) $C(-1)$; $D(5)$; 4) $K(-3)$; $L(1)$.

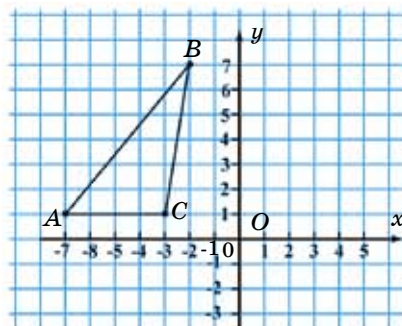


6.81-сурет

- 1135.** Сыныптағы 24 оқушыдан 12 оқушы ағылшын тілі үйірмесіне, 10 оқушы қытай тілі үйірмесіне қатысады, ал 5 оқушы осы екі үйірменің екеуіне де қатыспайды.

Сыныптағы оқушылардың нешеуі ағылшын тілі үйірмесіне де, қытай тілі үйірмесіне де қатысады? Есептің шешімін Эйлер–Венн дөңгелектерімен көрсетіңдер.

1136. Координаталар басы O нүктесіне қатысты ABC үшбұрышына симметриялы үшбұрыш салып, оның төбелерін координаталарымен жазыңдар (6.82-сурет).



6.82-сурет

С

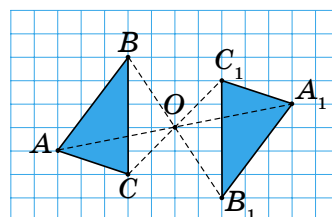
1137. Координаталық жазықтықтағы $A(-3; 1)$ нүктесі төбесі болатын, $ABCD$ тік төртбұрышының симметрия центрі – $E(2; 3)$ нүктесі. Оның B , C және D төбелерін координаталарымен жазыңдар. $ABCD$ тік төртбұрышының ауданын табыңдар. Дәптердің бір торкөзінің ұзындығын (бірлік кесіндіні) 1 см есебімен алыңдар.
1138. $ABCD$ тік төртбұрышының периметрі 28 см. Оның A төбесімен симметрия центрі O нүктесінің арасы $OA=5$ см. ABC үшбұрышының периметрін табыңдар.
 А. 35 см; В. 30 см; С. 24 см; D. 26 см.
1139. Тік бұрышты координаталар жүйесінің координаталар басы O нүктесіне қатысты $E(x; -3)$ нүктесі $F(2; y)$ нүктесімен симметриялы. x -ті және y -ті табыңдар.
1140. Координаталық жазықтықтағы:
 1) $A(x; -4)$ және $B(4; y)$ нүктелері $E(0; -2)$ нүктесіне қатысты симметриялы;
 2) $C(x; -2)$ және $D(4; y)$ нүктелері $K(-1; 0)$ нүктесіне қатысты симметриялы.
 x -ті және y -ті табыңдар.
1141. Қантты судың үш ерітіндісінен қоспа дайындалды. Бірінші ерітіндінің массасы 200 г, ондағы қант 10%. Екінші ерітіндінің массасы 800 г, ондағы қант 20%. Үшінші ерітіндінің массасы 500 г, ондағы қант 24%. Қоспа ерітіндінің неше проценті қант?

1142. Есептеңдер:

$$\frac{\left(9\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}\right) \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot 1,35 : 0,9}{\left(5\frac{3}{8} - \frac{2}{3}\right) : 11,3 - 0,72 - \frac{3}{25}} + 0,1.$$

Тақырыптың түйіні.
Центрлік симметрия.

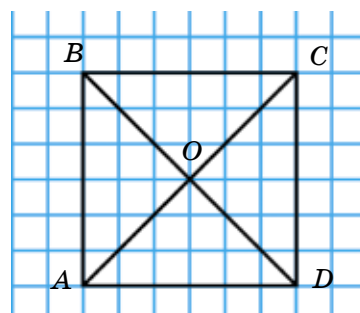
Нүктеге қатысты симметриялы фигуралар *центрлік симметриялы фигуралар* деп аталады (1-сурет).



1-сурет

1-суреттегі ABC және $A_1B_1C_1$ үшбұрыштары O нүктесіне қатысты центрлік симметриялы фигуралар. O нүктесі – симметрия центрі.

Егер O нүктесі және O нүктесіне қатысты симметриялы нүктелер фигураның өзінде жатса, ол фигура *центрлік симметриялы фигура* деп аталады (2-сурет). O нүктесі фигураның *симметрия центрі* деп аталады.



2-сурет

Мысалы, квадрат – *центрлік симметриялы* фигура.

Диагональдарының (AC және BD) қиылысу нүктесі O – квадраттың симметрия центрі.

- ▲ 1131. 1) $A_1(-1)$; 3) $A_1(6)$. 1134. 1) $P(-1)$; 2) $P(2)$.
1135. 3 оқушы. 1137. 40 см^2 .
1139. $x=-2$; $y=3$. 1141. 20%. 1142. 13.

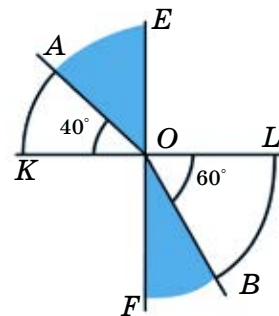
VI ТАРАУДЫ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

А

1143. k түзуін жүргізіңдер. k түзуінен тыс жатқан A нүктесін белгілеңдер:

A нүктесінен k түзуіне параллель l түзуін жүргізіңдер. Белгіленуімен жазыңдар.

1144. 6.83-суреттегі EF және KL түзулері – перпендикуляр түзулер. $\angle AOK = 40^\circ$; $\angle BOL = 60^\circ$. $\angle AOE$ бұрышының, $\angle BOF$ бұрышының градустық өлшемдерін табыңдар.

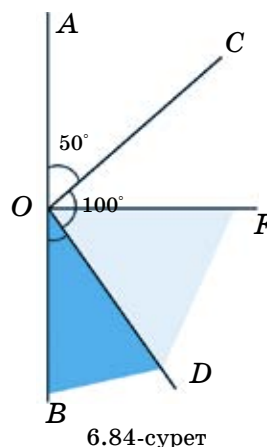


6.83-сурет

1145. Координаталық жазықтықта төбелері $A(-3; 2)$, $B(2; 3)$ және $C(3; -2)$ нүктелері болатын үшбұрыш сызыңдар.

В

1146. AB түзуіне OF перпендикуляры түсірілген. $\angle COD = 100^\circ$ және $\angle AOC = 50^\circ$. BOD бұрышының, DOF бұрышының градусық өлшемдерін табыңдар (6.84-сурет).



1147. Координаталық жазықтықта $A(-5; 3)$ және $B(2; 3)$ болатын AB кесіндісін жүргізіңдер. $E(-2; 1)$ нүктесіне қатысты AB кесіндісіне симметриялы A_1B_1 кесіндісін салыңдар. A_1 және B_1 нүктелерін координаталарымен жазыңдар.

1148. Координаталық жазықтықтағы $A(-2; 4)$ нүктесі төбесі болатын $ABCD$ квадратының симметрия центрі – $E(1; 1)$ нүктесі. Квадраттың B , C және D төбелеріне сәйкес нүктелерді координаталарымен жазыңдар.

С

1149. ABO үшбұрышының периметрі 12 см. ABO үшбұрышына O нүктесіне қатысты симметриялы A_1B_1O үшбұрышындағы $A_1B_1 = 3$ см, $OB_1 = 4$ см. ABO үшбұрышының OA қабырғасының ұзындығы неше сантиметр?

1150. 1) Координаталық жазықтықта:
1) $-2 \leq x \leq 4$ және $-3 \leq y \leq 1$; 2) $2 \leq x \leq 7$ және $-2 \leq y \leq 3$ шарттарын қанағаттандыратын $B(x; y)$ нүктелер жиынын бояп көрсетіңдер.

1151. Координаталық жазықтықта:
 $A(-8; 2)$; $B(-2; 2)$ және $C(-2; -4)$ төбелері бойынша $ABCD$ квадратын салыңдар. Оның D төбесін табыңдар.
1) D төбесін координаталарымен жазыңдар;
2) ординаталар осіне қатысты $ABCD$ квадратына симметриялы $A_1B_1C_1D_1$ квадратын салып, оның симметрия центрі болатын F нүктесін табыңдар. F нүктесін координаталарымен жазыңдар.

▲ **1144.** $50^\circ; 30^\circ$. **1146.** $\angle BOD = 30^\circ; \angle DOF = 60^\circ$.
1149. 5 см. **1151.** 1) $D(-8; -4)$; 2) $F(5; -1)$.

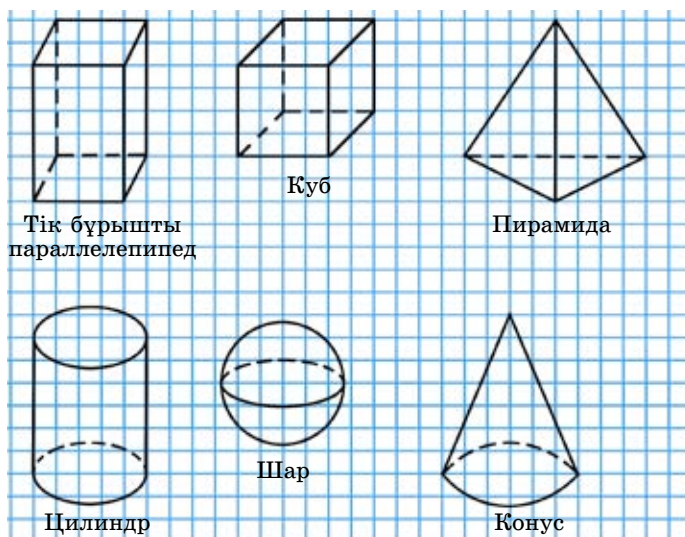
VII тарау. КЕҢІСТІКТЕГІ ФИГУРАЛАР

7.1. Фигуралардың кеңістікте орналасуы. Кеңістік фигураларын кескіндеу. Көрінбейтін сызықтар

Біз барлық нүктелері жазықтықта жататын фигураларды: үшбұрышты, тік төртбұрышты, дөңгелекті оқып-үйрендік. Мұндай фигуралар *жазық фигуралар* деп аталады.

Бізді қоршаған ортада жазық фигуралармен қатар кеңістік фигуралары да кездеседі.

Тік бұрышты параллелепипед, куб, пирамида, цилиндр, шар, конус – *кеңістік фигуралары* (7.1-сурет).



7.1-сурет

Кеңістік фигураларын *геометриялық денелер* деп те атайды.

Геометриялық денелерді кескіндеуде, олардың көзге көрінетін бейнелері мен жазықтықтағы кескіндері ұқсас бола бермейді.

Сондықтан геометриялық денелердің кескіндерін олардың шынайы бейнелерімен сәйкестендіру ережелерін қарастырайық.

Кеңістік фигураларын жазықтықта кескіндеу ережелері:

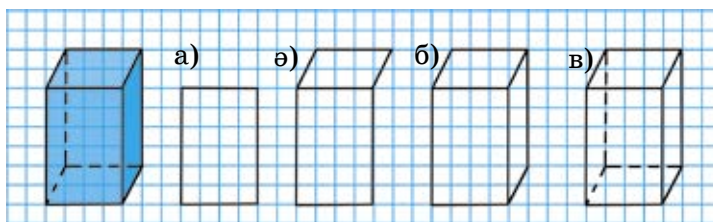
1. Геометриялық денелердің бейнелеріне сәйкес кесінділердің параллельдігі сақталады.
2. Кесінділердің параллельдігі және ұзындықтары арасындағы қатынас сақталады.
3. Бұрыштардың градустың өлшемдерінің мәндері сақталмайды.
4. Кескіндері көрінетін сызықтар тұтас сызықтармен сызылады.
5. Кескіндері көрінбейтін сызықтар 7.1-суреттегідей үзiктi (штрих) сызықтармен сызылады.

Жиі кездесетін геометриялық денелердің жазықтықта кескінделуімен танысайық.

1. Тік бұрышты параллелепипедтің кескінделуі.

Тік бұрышты параллелепипедтің беті 6 тік төртбұрыштан тұратыны белгілі (7.2-сурет). Тік бұрышты параллелепипедтің 12 қыры, 8 төбесі және 6 жағы бар.

7.3, а, ә, б, в-суреттерде тік бұрышты параллелепипедтің кескінделуі берілген.

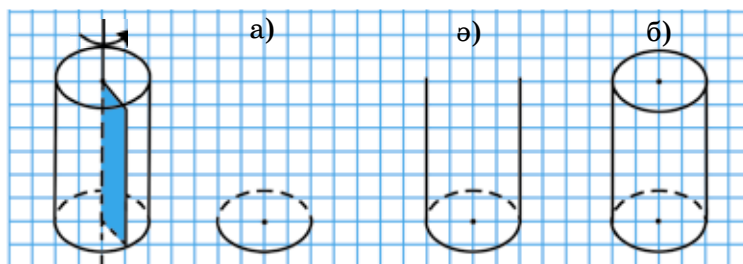


7.2-сурет

7.3-сурет

2. Цилиндрді кескіндеу.

Цилиндрді көрнекі түрде тік төртбұрышты бір қабырғасынан осы қабырғаны ось ретінде алып, айналдырғанда жасалатын дене деп қарастыруға болады (7.4-сурет). 7.5, а, ә, б-суреттерде цилиндрдің кескінделуі берілген.



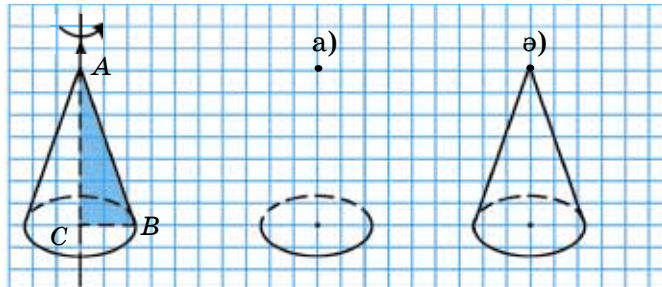
7.4-сурет

7.5-сурет

3. Конусты кескіндеу.

Конусты ABC тік бұрышты үшбұрышты AC қабырғасы (7.6-сурет) бойымен айналдырғанда пайда болатын дене деп қарастыруға болады.

7.7, а, ә-суреттерде конустың кескінделуі берілген.



7.6-сурет

7.7-сурет

4. Шарды кескіндеу.

Шарды жарты дөңгелекті ось ретінде диаметрден айналдырғанда пайда болатын дене деп қарастыруға болады (7.8, а-сурет). 7.8, ә-суретте шардың кескінделуі берілген.



7.8-сурет

5. Пирамиданы кескіндеу.

Пирамида – табаны болатын көпбұрыштан және табан жазықтығында жатпайтын нүкте – ортақ төбелері болатын үшбұрыштардан құралған фигура (7.9, а-сурет). Пирамиданың әрбір бүйір жағы – үшбұрыш.

Пирамида оның табаны болатын көпбұрыштың бұрыштарына сәйкес үшбұрышты пирамида, төртбұрышты пирамида, бес – бұрышты пирамида және т.с.с аталады.

Үшбұрышты пирамиданың кескінделуін қарастырайық (7.9, а-сурет).



7.9-сурет

S нүктесімен ABC үшбұрышының төбелерін кесінділермен қосу керек.

Сонда C үшбұрышты пирамида кескінделеді (7.9,ә-сурет). Мұндағы S нүктесі – $SABC$ пирамидасының төбесі, ал ABC үшбұрышы – оның табаны, SAB , SBC , SAC үшбұрыштары – пирамиданың жақтары. SA , SB , SC кесінділері – бүйір қырлары, ал AB , BC , AC кесінділері – табан қырлары.

7, 9, а, б-суреттерде үшбұрышты пирамиданың кескінделуі берілген.



1. Қандай геометриялық денелерді білесіңдер? Оларды атаңдар.
2. Геометриялық денелерді кескіндеуде үзікті сызықтар қандай жағдайда пайдаланылады?
3. Үшбұрышты пирамиданың кескінделуін түсіндіріңдер.

1152. Пропорцияның белгісіз мүшесін табыңдар (ауызша):

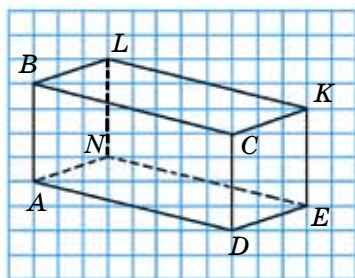
$$1) \frac{2}{3} = \frac{x}{6}; \quad 2) \frac{4}{5} = \frac{12}{x}; \quad 3) \frac{x}{4} = \frac{7}{8}; \quad 4) \frac{9}{x} = \frac{3}{5}.$$

A

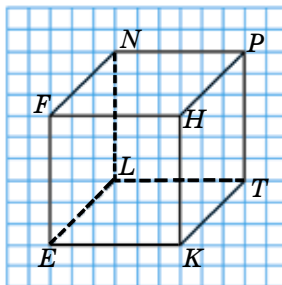
1153. 7.10, а, ә, б-суретті дәптерге көшіріп салыңдар.

1. Суретте кескінделген геометриялық денелерді атаңдар;
2. Суреттегі геометриялық денелердің:
 - а) көрінбейтін қырларын жазыңдар;
 - ә) көрінетін жақтарын жазыңдар.

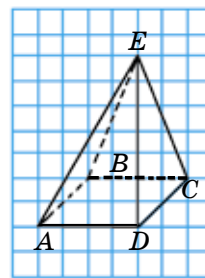
а)



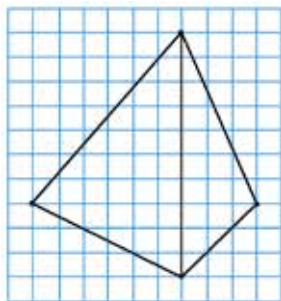
ә)



б)



7.10-сурет



7.11-сурет

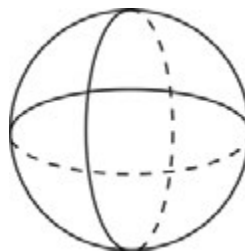
1154. 7.11-суретті дәптерге көшіріп салыңдар.

- 1) Суретті үшбұрышты пирамидаға дейін толықтырыңдар.
- 2) Суретті төртбұрышты пирамидаға дейін толықтырыңдар.

1155. Табанының радиусы 7 см, биіктігі 56 см цилиндр пішінді ыдысқа шар салынған. Егер шар цилиндр пішінді ыдыстың бүйір жағына жанасатындай болса, оның диаметрі неше сантиметр? Цилиндр пішінді ыдысқа осындай неше шар сыяды?

1156. Сфера бетіне екі үлкен шеңбер жүргізілді (7.12-сурет).

1. Шеңберлер сфераны неше бөлікке бөлді?
2. Жүргізілген екі шеңбер өзара неше нүктеде қиылысады?



7.12-сурет

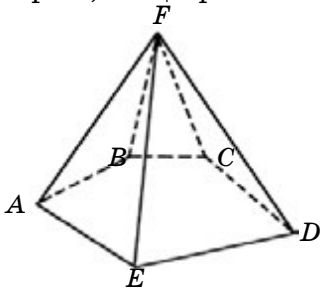
- 1157.** Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар.
5 себетке тең бөлініп салынған алмаларды 3 жәшікке тең бөліп салуға болады. Себеттің әрқайсысындағы алманың массасы жәшіктің әрқайсысындағы алманың массасынан 4 кг жеңіл. Бір себеттегі алманың массасын табыңдар.
A. 7 кг; B. 8 кг; C. 6 кг; D. 10 кг.

1158. Теңдеуді шешіңдер:

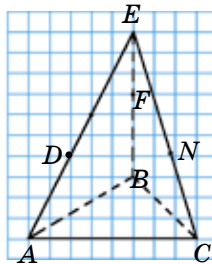
1) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{1}{6}$; 3) $\frac{x+6}{2} = \frac{4+x}{3}$; 5) $\frac{x+2}{6} = \frac{1+x}{8}$;
2) $\frac{x}{4} = \frac{x-1}{6}$; 4) $\frac{3+x}{8} = \frac{x}{5}$; 6) $\frac{2x-3}{5} = \frac{x-2}{3}$.

B

- 1159.** 7.13-суретте бесбұрышты пирамида кескінделген. Көрінбейтін қырларын, жақтарын жазыңдар.

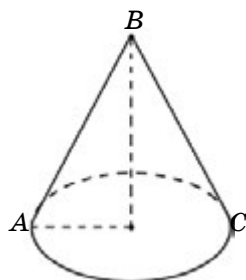


7.13-сурет

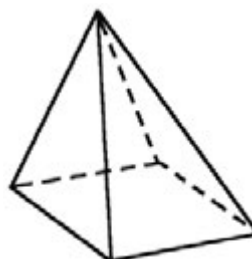


7.14-сурет

- 1160.** 7.14-суретте үшбұрышты пирамида кескінделген.
1) Пирамиданы дәптерге көшіріп салыңдар.
2) D , F және N нүктелерін кесінділермен қосыңдар. Содан пайда болған фигураны бояп көрсетіңдер. Қандай фигураны боядыңдар?
- 1161.** 7.15-суретте кескінделген конусты дәптерге көшіріп салыңдар.
1) A , B және C нүктелері арқылы ойша жазықтық жүргізіңдер.
2) Сол жүргізілген жазықтық конуспен қиылысқанда қандай фигураны береді деп ойлайсыңдар?
3) Сол фигураны бояп көрсетіңдер.
- 1162.** Қырларының ұзындықтары бірдей 14 см-ге тең төртбұрышты пирамиданың (7.16-сурет) қаңқасын дайындау үшін қанша сым керек?



7.15-сурет



7.16-сурет

1163. Сақиналар 4 пакетке салынған. Оның бір пакетіндегі сақиналардың әрқайсысының массасы 36 г, ал қалған пакеттердегі сақиналардың әрқайсысының массасы 30 г. Көрсеткіші бар таразымен бір рет өлшеп, әрқайсысының массасы 36 г сақиналар қай пакетке салынғанын қалай табуға болады?

1164. Бөлуді орындандар:

1) $\frac{5x-3}{2} : \frac{3-5x}{7}$;

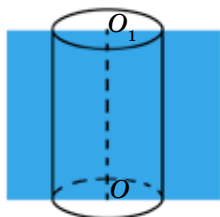
3) $\frac{7-x}{6} : \frac{x-7}{9}$;

2) $\frac{9y-2}{5} : \frac{2-9y}{3}$;

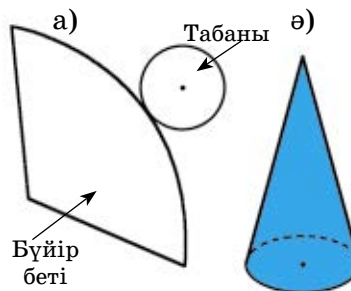
4) $\frac{12-ab}{5} : \frac{ab-12}{6}$.

С

1165. 7.17-суретте биіктігі 10 см, табанының ауданы 28,26 см² цилиндр кескінделген. Цилиндр OO_1 осі арқылы өтетін жазықтықпен қиылысқанда тік төртбұрыш пайда болады. Сол тік төртбұрыштың ауданын табындар.



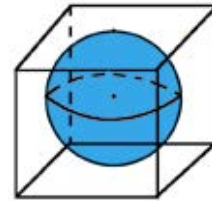
7.17-сурет



7.18-сурет

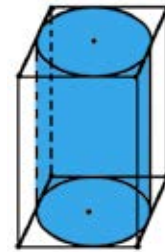
1166. Радиусы 15 см дөңгелек үш секторға бөлінген. Одан бір сектордан (7.18,а-сурет) орап конус дайындалды (7.18,б-сурет). Конустың табан шеңберінің ұзындығы неше сантиметр?

1167. Радиусы 4 см шар, кубтың барлық жақтарына жанасатындай етіп, куб ішіне орналастырылды (7.19-сурет). Кубтың көлемін табыңдар.



7.19-сурет

1168. Биіктігі 25 см тік бұрышты параллелепипед ішіне оның барлық жақтарына жанасатындай етіп цилиндр орналастырылды (7.20-сурет). Цилиндрдің табанындағы дөңгелек шеңберінің ұзындығы 37,68 см. Тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңдар.



7.20-сурет

1169. Барлық бөлшек үш токарьға бөлініп берілді. Олардың біріншісіне барлық бөлшектердің 0,48-і, ал екіншісіне біріншісіне берген бөлшектердің $\frac{5}{6}$ -індей, қалған 180 бөлшек үшіншісіне берілді. Үш токарьға барлығы неше бөлшек бөлініп берілді?

1170. Амалдарды орындандар:

$$\frac{\left(12\frac{1}{8} - 5\frac{5}{16} + 3\frac{1}{4}\right) : \left(-13\frac{5}{12}\right) + 6,35}{\left(2\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{7}\right)}$$

- ▲ **1155.** 4 шар. **1158.** 1) 2; 2) -2; 3) -10; 4) 5; 5) -5; 6) -1;
1164. 1) -3,5; 3) -1,5; 4) -1,2. **1165.** 60 см².
1166. 31,4 см. **1167.** 512 см³. **1168.** 3600 см³.
1169. 1500 бөлшек. **1170.** -0,8.

7.2. Вектор ұғымы

Вектор ұғымы.

Өзінің сан мәндерімен ғана берілетін шамалар *скаляр шамалар* деп аталады. Масса, уақыт, температура, көлем – скаляр шамалар.

Мысалы, жер телімінің ауданы 16 м², мұндағы 16 – жер телімі ауданының сан мәні (квадрат метр есебімен). Аудан – скаляр шама.

Сан мәнімен де, бағытымен де анықталатын шамалар жиі кездеседі.

Мысалы, ұшақ солтүстік-шығыс бағытта 700 км/сағ жылдамдықпен ұшты (7.21-сурет).

Берілген жағдайда жылдамдық 700 (километр/сағат есебімен) – сан мәнімен де, солтүстік-шығыс бағытымен де берілген. Мұндай шаманы *векторлық шама* деп атаймыз. Демек, жылдамдық – векторлық шама.



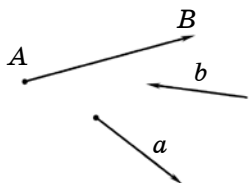
7.21-сурет

Сан мәнімен де, бағытымен де берілетін шаманы *векторлық шама* деп атаймыз.

Басы A нүктесі, ұшы B нүктесі болатын бағытталған кесінді AB векторы деп аталады.

Вектор стрелкамен бағыты көрсетілген, бағытталған кесіндімен кескінделеді.

Вектор оның бас нүктесін және ұшын көрсететін латынның екі бас әрпімен немесе латынның бір кіші әрпімен белгіленеді. Мұнда вектордың бас нүктесі алдымен жазылады. «Вектор» сөзінің орнына әріппен белгіленуінің үстіне стрелка қойылады.



7.22-сурет

7.22-суретте кескінделген векторлардың белгіленуі: \overline{AB} (мұндағы A – бас нүктесі, B – соңғы нүктесі), \vec{a} , \vec{b} .

Оқылуы: « \overline{AB} векторы», « \vec{a} векторы», « \vec{b} векторы».

AB сәулесінің бағыты \overline{AB} векторының бағыты болып табылады.

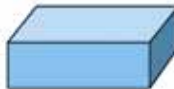


1. Қандай шамалар скаляр шамалар деп аталады? Мысал келтіріңдер
2. Қандай шамалар векторлық шамалар деп аталады? Мысал келтіріңдер.
3. Координаталық жазықтықта векторды кескіндеу үшін нені білу керек?

- 1171.** Проценті бойынша санды табыңдар:
- 1) 10% -і : 3; 5,4; 0,7; 8,25;
 - 2) 25% -і : 15; 9,1; 0,4; 100;
 - 3) 150% -і : 300; 450; 600; 700.

A

1172. Мына шамалардың қайсысы векторлық шамалар: температура, уақыт, масса, жылдамдық, көлем (7.23-сурет)?



7.23-сурет

1173. 7.24-суретте кескінделген нысандардың әрқайсысының жылдамдық векторын салыңдар.



7.24-сурет

- 1174.



7.25-сурет

7.25-сурет бойынша сұрақтарға жауап беріңдер:

- 1) Қозғалыс қай нүктеден басталған?
- 2) Қозғалыс қай бағытта?
- 3) Велосипедші қандай жылдамдықпен жүріп келеді?
Бірлік кесіндіні 3 км/сағ-қа тең деп есептеңдер.

B

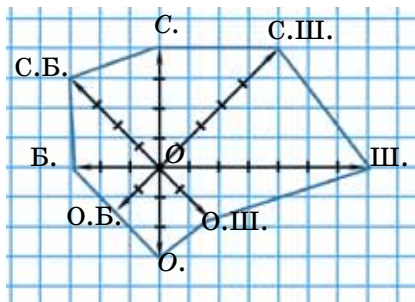
1175. Координаталық жазықтықта \overline{EF} және \overline{KL} векторларын кескіндеңдер; $E(1;1)$, $F(5;5)$ $K(-4;1)$, $L(-2;6)$.
1176. A және B пункттерінен бір-біріне қарсы бағытта екі турист шықты. Бірінші туристің жылдамдығы 4 км/сағ, екінші туристің жылдамдығы 5 км/сағ.
Дәптерге түзу сызып, A және B пункттерін нүктелермен белгілеңдер.

Бірінші туристің жылдамдығын \vec{a} векторымен, екінші туристің жылдамдығын \vec{b} векторымен белгілеңдер.

Бірлік кесінді (1 км/сағ) ретінде дәптердің бір торкөзінің ұзындығын алыңдар.

С

1177. 7.26-суретте A қаласындағы шілде айындағы жел өрнегі кескінделген. 1) Жел өрнегін оқыңдар; Дәптерге көшіріп салыңдар. 2) Көрсетілген бағыттардағы жел өрнегі векторларын сан шамасымен жазыңдар. Бірлік кесінді 1 м/с-қа тең.



7.26-сурет

1178. Қозғалған денелердің жылдамдықтарына сәйкес қандай нысандар қозғалысқа қатысулары мүмкін (7.27-сурет)? Суретті пайдаланып, әрбір жағдайдағы қозғалыс үшін «жақындау жылдамдығын», «қашықтау жылдамдығын» жазыңдар.



7.27-сурет

1179. Координаталық жазықтықта \overline{AB} векторын кескіндеңдер. Мұндағы $A(6;2)$, $B(1; 5)$. \overline{AB} векторына абсциссалар осіне қатысты симметриялы \overline{EF} векторын салыңдар. E және F нүктелерін координаталармен жазыңдар.

- 1180°. Автобус маршрутында 28 аялдама бар. Егер аялдамалардың арақашықтығын 25%-ке қысқартса, жаңадан неше аялдама салу керек?

1181. Теңдеуді шешіңдер:

1) $5|x-2|-6=4+3|x-2|$; 3) $7+4|x-1|=9|x-1|-8$;
 2) $3|x+1|+4=5|x+1|-6$; 4) $5|x+4|-6=3|x+4|+8$.

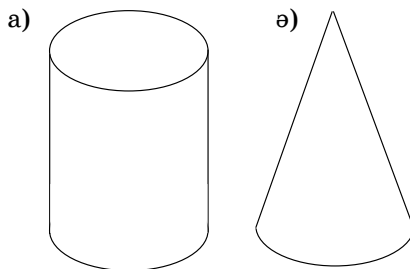
▲ 1180. 9 аялдама.

1181. 1) -3; 7; 2) -6; 4; 3) -2; 4. 4) -11; 3.

VII ТАРАУДЫ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

A

- 1182.** Қоршаған ортадан цилиндр, тік бұрышты параллелепипед, конус, шар тәріздес денелерді атаңдар.
- 1183.** Велосипедші соққан желге қарсы шығыстан батысқа қарай жүріп келеді. Велосипедшінің жылдамдығы 7 м/с, желдің жылдамдығы 4 м/с. Велосипедшінің жылдамдық векторын, желдің жылдамдық векторын графикпен кескіндеңдер. 1 см – 1 м/с.
- 1184.** 7.28-суретті толықтырып, қандай геометриялық фигураларды кескіндеуге болады? Суретті дәптерге салыңдар. Көрінбейтін сызықтарды үзікті сызықпен сызып, суретті толықтырыңдар.



7.28-сурет

B

- 1185.** Қайық батыстан шығысқа қарай ағыспен жүзіп келеді. Қайықтың меншікті жылдамдығы 5 км/сағ, ал ағыс жылдамдығы 2 км/сағ. Қайықтың меншікті жылдамдығын, ағыс жылдамдығын вектор түрінде графикпен кескіндеңдер (1 см – 1 км/сағ).
- 1186.** ABC үшбұрышын салыңдар. \overline{AB} , \overline{AC} және \overline{BC} векторларын кескіндеңдер. Қай векторлардың басталу нүктелері ортақ?

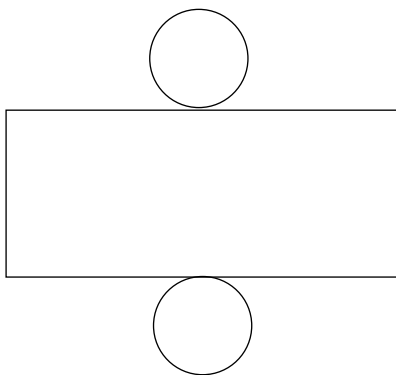
C

- 1187.** Ұлу $A(-2; 2)$ нүктесінен солтүстікке қарай 3 бірлік кесіндіге, шығысқа қарай 4 бірлік кесіндіге жылжыды. Сонан соң оңтүстікке қарай 7 бірлік кесіндіге жылжыды.
1. Координаталық жазықтықты салып, онда ұлудың жүрген жолын кескіндеңдер.
 2. Ұлудың қозғалысының бастапқы нүктесімен соңғы нүктесін қосып, орын ауыстыруын вектормен кескіндеңдер.

3. Орын ауыстыру векторының басталу нүктесінің, соңғы нүктесінің координаталарын жазыңдар.

1188. Координаталық жазықтықта \overline{MN} векторын кескіндеңдер. Мұндағы $M(-5; 1)$, $N(-2; 6)$. \overline{MN} векторына координаталар басы – O нүктесіне қатысты симметриялы $\overline{M_1N_1}$ векторын салыңдар. M_1 және N_1 нүктелерін координаталарымен жазыңдар.

1189*. 7.29-суретте цилиндрдің жазбасы кескінделген. Егер цилиндрдің биіктігі 30 см, ал табаны болатын дөңгелек шеңберінің ұзындығы 62,8 см болса, оның жазбасының ауданы неше квадрат сантиметр болады?



7.29-сурет

- A. 2480 см²; B. 2512 см²; C. 2570 см²; D. 2565 см².



Ит үйден 20 м қашықтықта тұр. Мысық үйдің ит тұрған жағындағы үйден 30 м қашықтықта тұр. Бала ит пен мысықтың қақ ортасында тұр. Бала үйден қандай қашықтықта тұр?



VIII тарау. СТАТИСТИКА. КОМБИНАТОРИКА

Өндірістегі, халықшаруашылығындағы қайсыбір шамалардың: жұмыс өнімділігінің, егін өнімінің, заттың бағасының, қозғалыс жылдамдығының сан мәндері әртүрлі болады. Оларды есептеу, талдау, жүйелеу статистикада жүргізіледі. Статистика латынша "status" – қазақша аударғанда "жағдай" деген мағынаны білдіреді.

Статистика – өмірде орын алатын, жиі кездесетін жағдайлардың сандық және сапалық өзгерістерін есептейтін, зерттейтін ғылым.

Статистикалық зерттеулер көбінесе статистикалық сипаттамалар бойынша жүргізіледі. Статистикалық сипаттамалардың жиі қолданылатын түрлері: арифметикалық орта, мода, медиана және өзгеру құлашы.

Комбинаторика – әртүрлі нысандарды орын ауыстырып, теріп, ығыстырып, оларды үйлестіру заңдылықтарын қарастыратын математиканың бөлімі.

"Комбинаторика" сөзі латынның "combinare" сөзінен шыққан, қазақша аудармасы "үйлестіру", "біріктіру". Ғылымға "комбинаторика" терминін енгізген немістің атақты ғалымы, математик Готфрид Вильгельм Лейбниц.

8.1. Бірнеше санның арифметикалық ортасы

Халықшаруашылығында жиі қолданылатын статистикалық сипаттамалардың бірі – сандардың арифметикалық ортасы.

Мысалы, ауаның орташа температурасын, орташа егін өнімін, орташа жұмыс өнімділігін және т.с.с шамалардың орташа мәндерін анықтауда сандардың арифметикалық ортасын табу қолданылады.

Бірнеше санның арифметикалық ортасы деп сол сандардың қосындысын қосылғыштар санына бөлгенде шығатын бөліндіні айтады.

1-есеп. Шахмат ойыны жарысында 6-сынып оқушылары: 13, 13, 12, 13, 10, 13, 12, 10 ұпай алды. Осы ұпайлардың арифметикалық ортасын табыңдар.

Шешуі. Оқушылардың алған барлық ұпайлардың қосындысын тауып, оны ұпайлар санына бөлу керек:

$$(13+13+12+13+10+13+12+10):8=12$$

$$\text{немесе } \frac{13+13+12+13+10+13+12+10}{8} = 12.$$

Жауабы: Оқушылардың алған ұпайларының арифметикалық ортасы – 12 ұпай.

Есептеу нәтижесінде алынған 12 саны – берілген 13, 13, 12, 13, 10, 13, 12, 10 сандарының арифметикалық ортасы.

$$\text{Сандардың арифметикалық ортасы} = \frac{\text{сандардың қосындысы}}{\text{қосылғыштар саны}}$$

? Қозғалыстың орташа жылдамдығын табуды қарастырайық.
2-есеп. Автомобиль 61,3 км/сағ жылдамдықпен 2 сағ, келесі 3 сағатта 73,4 км/сағ жылдамдықпен, 65,8 км/сағ жылдамдықпен тағы 1 сағ жүрді. Автомобильдің орташа жылдамдығы қандай?

Нұсқауды пайдаланыңдар:

1. Автомобильдің барлық жүрген жолын есептеп табыңдар.
2. Барлық жолды жүруге кеткен уақытты табыңдар.
3. Барлық жолды сол жолды жүруге кеткен уақытқа бөліп, орташа жылдамдықты табыңдар.
4. Орташа жылдамдықты табу ережесін тұжырымдаңдар.

Өзінді өзің тексер.

1. $2 \cdot 61,3 + 3 \cdot 73,4 + 65,8 = 122,6 + 220,2 + 65,8 = 408,6$ (км) – автомобильдің барлық жүрген жолы;

2. $2+3+1=6$ (сағ) – барлық жолды жүруге кеткен уақыт;

3. $\frac{61,3 \cdot 2 + 73,4 \cdot 3 + 65,8}{2 + 3 + 1} = \frac{408,6}{6} = 68,1$ (км/сағ) – орташа жылдамдық.

Жауабы: 68,1 км/сағ.

Орташа жылдамдық барлық жолды оны жүруге кеткен уақытқа бөлгенге тең.

$$\text{Орташа жылдамдық} = \frac{\text{барлық жүрілген жол}}{\text{жолды жүруге кеткен барлық уақыт}}$$



1. Бірнеше санның арифметикалық ортасы қалай табылады?
2. Орташа жылдамдық қалай табылады?
3. Арифметикалық орта мәнді табу қандай жағдайда қолданылады?

1190. Сандардың арифметикалық ортасын табыңдар (ауызша):

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------|
| 1) 5 пен 3; | 4) 0,6 мен 0,4; | 7) 1,16 мен 1,84; |
| 2) 15 пен 17; | 5) 1,2 мен 1,8; | 8) 2,63 пен 2,37; |
| 3) 30 пен 50; | 6) 3,6 мен 3,4; | 9) 4,71 мен 4,29. |

2) $5,6x - 2,4x = 4,8$;

5) $(7,8 - y) : 6,1 = 0,2$;

3) $9x - 7\frac{9}{20}x = 4,03$;

6) $16,5 : (7,6 - y) = 5$.

В

1199. Сандардың арифметикалық ортасын табыңдар:

1) 10,1; 9,4 және 9,9;

4) 5,9; 6,1; 6 және 4,8;

2) $11\frac{1}{2}$; 9,7; $9\frac{4}{5}$; және 10,2;

5) 3,6; $3\frac{3}{4}$ және 3,66;

3) $\frac{9}{20}$; 0,65 және $\frac{2}{5}$;

6) 5,21; 4,98; 5,14 және 8,67.

1200. Шаруашылық бірлестігі үш жерге бидай егіп, 16 га жерден 280 ц, 12,5 га жерден 225 ц, 11,5 га жерден 197,8 ц өнім алды. Шаруашылық бірлестігі орта есеппен 1 га жерден қанша бидай өнімін алды?

A. 17,4 ц; **B.** 16,8 ц; **C.** 17,57 ц; **D.** 1,8 ц.

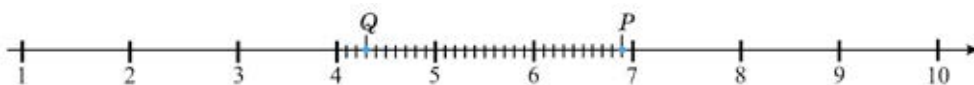
$$\text{Егін өнімі} = \frac{\text{барлық өнім массасы}}{\text{егін егілген жер ауданы}}$$

1201. Алма егілген үш бақтың әрқайсысының ауданы 12 га. Бірінші бақтан 1029,6 ц, екінші бақтан – 918 ц, ал үшінші бақтан 1166,4 ц алма жиналды. Алма бақтарынан алынған орташа өнім неше центнер?

1202. Велосипедші 13,6 км/сағ жылдамдықпен 1,5 сағ тасжолмен жүріп, 0,2 сағ демалған соң, 9,8 км/сағ жылдамдықпен 0,5 сағ қара жолмен жүрді. Велосипедшінің орташа қозғалыс жылдамдығын табыңдар.

1203. Осыдан 3 жыл бұрын ағасы мен қарындасының жастарының қосындысы 15 жас болды. 3 жылдан кейін олардың жастарының қосындысы неше жас болады?

1204. Координаталық сәуледе $Q(4,3)$ және $P(6,9)$ нүктелері белгіленген. Осы координаталық Q және P нүктелерімен кескінделген сандардың арифметикалық ортасы болатын нүктені әріппен белгілеп, оны координатасымен жазыңдар (8.1-сурет).



8.1-сурет

1205. Пойыз екі қала арасындағы қашықтықтың бірінші жартысын 72,75 км/сағ жылдамдықпен 2,4 сағ жүрді, ал екінші жартысын 3,6 сағ жүрді. Пойыздың орташа жылдамдығын табыңдар.

1206. Моторлы қайықтың ағыспен жүзген жылдамдығы 30 км/сағ, ал ағысқа қарсы жүзген жылдамдығы 25,2 км/сағ.

1) Моторлы қайықтың орташа жылдамдығын табыңдар.

2) Моторлы қайықтың ағыспен жүзген жылдамдығы мен ағысқа қарсы жүзген жылдамдығының арифметикалық ортасы оның қандай жылдамдығына тең?

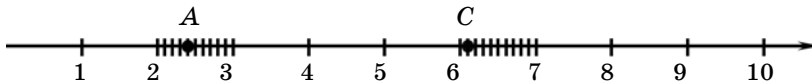
1207. Бөлшектерді қысқартыңдар:

1) $\frac{3a - 15}{3}$; 3) $\frac{10 - 6a}{3a - 5}$; 5) $\frac{c - 5}{4c - 20}$;

2) $\frac{16a - 2b}{8a - b}$; 4) $\frac{12a - 4}{1 - 3a}$; 6) $\frac{4a - b}{2b - 8a}$.

С

1208. Координаталық түзу бойында AC және CB кесінділері орналасқан. Мұндағы C нүктесінің координатасы 6,1. Бұл – $A(2,4)$ және B нүктелерінің координаталарының арифметикалық ортасы. B нүктесінің координатасын табыңдар (8.2-сурет).



8.2-сурет

1209. Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар. Үш санның арифметикалық ортасы 4,7-ге тең. Бірінші саннан екінші сан 0,3-ке кем, ал үшінші сан 1,2 есе артық. Бірінші санды табыңдар.

1210. Кітапхананың оқу залында орташа жасы 21-ге тең 24 адам бар. Оқу залынан бір адам шығып кеткенде, қалғандарының орташа жасы 20-ға тең болады. Оқу залынан шығып кеткен адам неше жаста?

1211. Мәшине жолда 3 сағ жүрді. Ол бірінші сағатта 54 км жүрді, екінші сағатта одан 1,5 есе артық жүрді. Мәшине үшінші сағатта екінші сағатта жүрген жолдың 0,8-ін жүрді. Мәшиненің орташа жылдамдығы сағатына неше километр?

1212*. Бағасы 750 тг 3 кг шай мен бағасы 980 тг 2 кг шай араластырылды. Қоспа шайдың 1 килограммының бағасы неше теңге?

- A. 850 тг; B. 842 тг; C. 860 тг; D. 900 тг.

- 1213.** Массалары 10 г, 13 г және 20 г, сырт пішіндері бірдей сақиналар үш пакетке салынған. Пакеттердің әрқайсысындағы әрбір сақинаның массалары бірдей. Бірақ қай пакетте қандай масса-лы сақиналар салынғаны белгісіз. Стрелкасы бар таразымен бір рет қана өлшеп, әрқайсысының массасы 13 г сақиналардың қай пакетте екенін қалай табуға болады?

- 1214*.** Қайықтың ағыспен жүзген жылдамдығы мен ағысқа қарсы жылдамдығының арифметикалық ортасы 8,5 км/сағ. Қайықтың ағыспен жүзгендегі жылдамдығы 10,9 км/сағ.



- Ағыс жылдамдығы сағатына неше километр?
- Қайықтың ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығы сағатына неше километр?

- 1215.** Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар. Автобуста орта жастары 24 жас бірнеше жолаушы бар. Автобуска жастарының қосындысы 69 жас 2 жолаушы мінгенде, ондағы жолаушылардың орта жастары 25 жас болды. Алғашқыда автобуста неше жолаушы болды?

- 1216.** Дүкеннен барлығы 4 кг екі түрлі кәмпит сатып алынды. Оның 3 килограммы 320 теңгеден. Кәмпиттерді араластырғанда қоспа кәмпиттің бағасы 292 теңгеден артық, бірақ 307 теңгеден кем болды. Екінші түрлі кәмпиттің бағасының неше теңге екенін бағалаңдар.

- 1217.** Есептеңдер:

$$1) 4 - \frac{1}{3 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}};$$

$$3) 6 - \frac{2}{5 - \frac{2}{4 - \frac{2}{3}}};$$

$$2) 7 - \frac{1}{5 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}};$$

$$4) \frac{3}{4} + \frac{7}{6 - \frac{3}{5 + \frac{8}{4 - \frac{4}{5}}}}.$$

- ★1218. Жерден Айға ұшатын космостық корабль қашықтықтың бірінші жартысын 25 сағатта, екінші жартысын 50 сағатта ұшты. Ақпараттық-коммуникациялық технология көздерін пайдаланып, Жерден Айға дейінгі қашықтықты жазып алындар. Жерден Айға ұшқан космостық корабльдің орташа жылдамдығының жүздіктерге дейін дөңгелектелген жуық мәнін табындар.

Тақырыптың түйіні.

Бірнеше санның арифметикалық ортасы.

Бірнеше санның қосындысының қосылғыштар санына бөліндісі сол сандардың арифметикалық ортасы деп аталады.

Есеп.

Мәнерлеп сырғанау жарысына қатысушының алған бағалары: 4,9; 5,2; 5,4; 5,3; 5; 5,4.

Мәнерлеп сырғанау жарысына қатысушының алған бағаларының орташа мәні қанша?

$$\frac{4,9 + 5,2 + 5,4 + 5,3 + 5 + 5,4}{6} = \frac{31,2}{6} = 5,2, \text{ мұндағы } 6 - \text{ бағалар саны.}$$

Жауабы: орташа бағасы: 5,2.

- ▲ 1198. 1) 6; 3) 2,6; 5) 6,58. 1201. 86,5 ц. 1202. 11,5 км/сағ.
 1205. 58,2 км/сағ. 1206. 27,6 км/сағ. 1207. 3) -2; 4) -4; 5) 0,25.
 1209. 4,5. 1210. 44 жаста. 1211. 66,6 км/сағ.
 1214. • Ағыс жылдамдығы 2,4 км/сағ. Қайықтың ағысқа қарсы жылдамдығы 6,1 км/сағ.
 1215. 19 жолаушы.
 1216. 208 тг < x тг < 268 тг.
 1217. 1) $3\frac{4}{7}$; 2) $6\frac{2}{3}$; 3) $5\frac{6}{11}$; 4) 2. 1218. ≈ 5100 км/сағ.

8.2. Берілген сандар қатарының өзгеру құлашы, медианасы, модасы

I. Берілген сандар қатарының өзгеру құлашы.

Берілген сандар қатарының өзгеру құлашы дегеніміз ондағы ең үлкен мән мен ең кіші мәнің айырмасы.

1-есеп. Наурыз айының бірінші аптасындағы ауаның тәуліктік орташа температурасы: 3°C, 4°C, 5°C, 8°C, 6°C, 4°C, 7°C болды. Осы аптадағы ауаның тәуліктік температурасының өзгеру құлашын табындар.

Мұндағы: 3°C, 4°C, 5°C, 8°C, 6°C, 4°C, 7°C – берілген сандар қатарын құрайды.

Шешуі (үлгі). Апта ішіндегі ауаның тәуліктік орташа температурасының:

- 1) 8°C – ең үлкен мәні;
- 2) 3°C – ең кіші мәні.

Апта ішіндегі ауаның тәуліктік орташа температурасының өзгеру құлашы:

$$8^{\circ}\text{C} - 3^{\circ}\text{C} = 5^{\circ}\text{C}.$$

Жауабы: 5°C .

II. Берілген сандар қатарының өзгеру медианасы.

Медиана – шамалардың орташа мәнін сипаттайтын статистикалық сипаттама.

Медиана, мысалы, қай заттың бағасы орташа екенін, қай өндірістік бірлестіктің пайдасы орташа екенін, жарысқа қатысқан қай спортшының алған нәтижесі орташа екенін және т.с.с көрсетеді.

Берілген сандар қатарының өзгеру медианасын табу үшін:

- 1) берілген сандарды өсу ретімен орналастыру керек;
- 2) өсу ретімен орналастырылған сандарды нөмірлеу керек. Бірінші нөмірге ең кіші сан жазылады. Берілген нөмірлер санның сандар қатарындағы орнын көрсетеді.

а) Егер берілген сандардың саны тақ болса, онда реттелген қатардың қақ ортасындағы сан – осы қатардағы сандардың медианасы болады.

ә) Егер берілген сандардың саны жұп болса, онда реттелген қатарда ортада тұрған екі санның арифметикалық ортасы – осы қатардағы сандардың медианасы болады.

2-есеп. Бүгін мұғалім бірнеше оқушының оқу жылдамдығын тексерді. Бір минутта Сәуле 95 сөз, Асхат 70 сөз, Дархан 80 сөз, Самат 70 сөз, Алмат 100 сөз, Динара 60 сөз, Нұрлан 90 сөз оқыды. Оқушылардың қайсысының оқыған сөздер санын берілген сандар қатарының медианасы ретінде қабылдауға болады?

Шешуі:

Мұндағы: 95, 70, 80, 70, 100, 60, 90 сандары берілген сандар қатарын құрайды.

Кестеге берілген сандарды өсу ретімен орналастырайық.

| | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|
| Рет саны | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Оқушылардың аттары | Динара | Асхат | Самат | Дархан | Нұрлан | Сәуле | Алмат |
| Бір минутта оқыған сөз саны | 60 | 70 | 70 | 80 | 90 | 95 | 100 |

Сандардың берілген қатарында 7 сан бар, 7 – тақ сан. Оның қақ ортасында бір ғана сан бар. Ол 80 саны. 80 саны берілген сөздер қатарының медианасы. 1 минутта Дархан 80 сөз оқиды.

Жауабы: Дарханның 1 минутта оқыған сөздер саны 80. 80 саны – берілген сандар қатарының медианасы.

3-есеп. Мұзайдынында мөнерлеп билеуге қатысушының алған ұпайлары: 5,4; 5,2; 5,7; 5,3; 5,5; 5,6; 5,2; 5,6. Мұзайдынында мөнерлеп билеуге қатысушының алған ұпайларының медианасын табыңдар.

Шешуі:

5,4; 5,2; 5,7; 5,3; 5,5; 5,6; 5,2; 5,6 сандары берілген сандар қатарын құрайды.

Кестеге берілген балл сандарын өсу ретімен орналастырайық.

| | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Рет саны | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Балл саны | 5,2 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 | 5,6 | 5,7 |

Бұл жағдайда берілген сандар қатарында 8 сан бар, олардың ортасындағы екі сан: 5,4 және 5,5. Берілген сандар қатарының медианасы осы қатардағы 5,5 және 5,4 сандарының арифметикалық ортасы болады:

$$\frac{5,4 + 5,5}{2} = 5,45.$$

Берілген сандар қатарының медианасы – 5,45 саны. Демек, мұзайдынында мөнерлеп билеуге қатысушының алған ұпайларының медианасы 5,45 болады.

Жауабы: 5,45.

III. Берілген сандар қатарының модасы.

Берілген сандар қатарындағы жиілігі ең көп сан, сол қатардың модасы болып табылады.

Қайсыбір жағдайларда берілген шаманың модасы болмауы да мүмкін немесе біреуден артық болуы да мүмкін.

4-есеп. Сандар қатарының модасын табыңдар:

3,5; 4; 2,6; 3,5; 2,8; 3,5; 2,9.

Шешуі:

Берілген сандар қатарындағы 3,5 санының жиілігі 3-ке тең. Өзге сандардың әрқайсысы бір рет қана кездеседі. Демек, берілген сандар қатарының модасы – 3,5 саны.

Жауабы: 3,5 саны – берілген сандар қатарының модасы.

5-есеп. Данияр аулаған балықтарын жеке-жеке өлшегенде массалары: 1,2 кг; 3,24 кг; 1,9 кг; 2,16 кг; 2 кг болды. Даниярдың аулаған балықтары массасының модасы неше килограмм?

Берілген сандар қатары: 1,2; 3,24; 1,9; 2,16; 2.

Мұндай жағдайда берілген сандар қатарының модасы жоқ, себебі әрбір сан бір рет қана берілген.

Жауабы: Берілген сандар қатарының модасы жоқ.

Сол сияқты көшедегі адамдардың киімінің белгілі бір түрін жиі кездестіруге болады. Киімнің сол түрі – сол кезеңге сәйкес киімнің модасы. Халықтың тұрмыстық қажетін өтеудегі, коммерциялық жұмыстардағы моданың бірі – халықтың көп сұрайтын сұраныс заты.



1. Берілген сандар қатарының өзгеру құлашы деген не?
2. Медиана нені анықтайтын статистикалық сипаттама?
3. Шама мәндерінің модасы қалай табылады?

1219. Сандардың айырмасын табыңдар:

$$\begin{array}{llll}
 1) 1 - \frac{3}{8}; & 3) \frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}; & 5) \frac{3}{4} - 0,75; & 7) \frac{1}{99} - 1; \\
 2) \frac{5}{7} - 2; & 4) 0,33 - 3; & 6) \frac{4}{3} - 1,8; & 8) 7\frac{1}{8} - 8.
 \end{array}$$

1220. Сатушы бір күнде 37 ертегі кітап, 120 оқулық, 24 сурет дәптерін, 9 географиялық атлас сатты. Тұтынушылар үшін қандай зат мода болды?

A

1221. Сандардың өзгеру құлашын табыңдар:

$$\begin{array}{ll}
 1) 1; 2; 5; 7; & 3) 6,3; 0,6; 7; 15,9; \\
 2) 3\frac{1}{5}; 2\frac{1}{8}; \frac{4}{5}; \frac{1}{5}; & 4) 0,4; 2,5; 9; 20.
 \end{array}$$

1222. Сандардың модасын табыңдар:

$$\begin{array}{ll}
 1) 2,1; 3,5; 4,6; 2,1; 0,3; & 4) 6,1; 7,5; 7,5; 5,9; 6,1; \\
 2) \frac{3}{5}; 1\frac{1}{7}; 2\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; 1; \frac{3}{5}; & 5) 0,6; 0,5; 0,3; 0,6; 0,1; \\
 3) 5,1; 7,5; 8,3; 10,2; 20; & 6) 7; 9; 10; 8; 6.
 \end{array}$$

1223. Сандар қатарының медианасын табыңдар:

$$\begin{array}{l}
 1) 9; 4; 5,1; 3,2; 7; 6,2; 8,9; \\
 2) 3,5; 2,6; 3,5; 1,3; 2,6; 3,5; \\
 3) \frac{7}{11}; \frac{9}{11}; \frac{2}{11}; \frac{4}{11}; \frac{7}{11}; \frac{5}{11}; \frac{3}{11}; \frac{6}{11}.
 \end{array}$$

- 1224.** Спорт жарысында команда мүшелері: Айдар – 14 ұпай, Серік – 16 ұпай, Жандос – 16 ұпай, Мәди – 9 ұпай алды. Ал Асхат ұпай ала алмады.
- 1) Ұпайлардың өзгеру құлашын табыңдар.
 - 2) Ұпайлардың модасы болатын ұпай бар ма?
 - 3) Кімнің ұпай саны берілген сандар қатарының медианасы болады?
- 1225.** Денешынықтыру сабағында бір топ оқушының 100 м қашықтықты жүгірген уақыт кестесі:

| Оқушылардың аттары | Жүгірген уақыты (секунд есебімен) |
|--------------------|-----------------------------------|
| Назерке | 14,1 |
| Меруерт | 18,2 |
| Әлихан | 15,5 |
| Әлішер | 16,2 |
| Әлібек | 22,4 |
| Сәкен | 16,2 |

Берілген сандар қатарының:

- 1) модасын;
- 2) өзгеру құлашын;
- 3) медианасын табыңдар.

- 1226.** Жерді қоршаған атмосфераның ең төменгі қабаты – тропосферада барлық ауаның 0,8-і шоғырланған (8.3-сурет). Жер атмосферасындағы барлық ауаның неше проценті тропосферадан жоғарғы қабатында шоғырланған?



8.3-сурет

- 1227.** Пропорцияның белгісіз мүшесін табыңдар:

$$1) \frac{x}{48} = \frac{5}{6}; \quad 3) \frac{8}{15} = \frac{12}{x}; \quad 5) \frac{x}{42} = \frac{7}{12};$$

$$2) \frac{28}{x} = \frac{4}{9}; \quad 4) \frac{9}{20} = \frac{x}{16}; \quad 6) \frac{9}{16} = \frac{x}{24}.$$

В

- 1228.** Сандар қатарының медианасын табыңдар:

$$1) \frac{1}{9}; \frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{7}{12}; \frac{3}{4}; \quad 2) \frac{5}{18}; \frac{1}{6}; \frac{2}{15}; \frac{7}{30}; \frac{1}{3}.$$

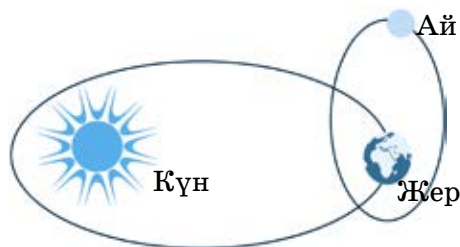
1229. Наурыз айының бірінші аптасындағы ауаның тәуліктік орташа температурасы: 14°C , 16°C , 17°C , 14°C , 15°C , 17°C , 20°C болды. Осы аптадағы ауаның орташа температурасының:

- 1) өзгеру құлашы неше градус?
- 2) модасы неше градус?
- 3) медианасы неше градус?

1230. Көңілділер мен тапқырлар сайысында Марат 7 ұпай, Айман 4 ұпай, Зарина 8 ұпай, Самат 5 ұпай, Дина 6 ұпай жинады.

- Берілгендер қатарының өзгеру құлашы неше ұпай?
- Берілгендер қатарының медианасын табыңдар.

1231. Айдың күнге нүктесінде температура 130°C , ал оған қарама-қарсы нүктесінде -170°C . Айдағы температураның өзгеру құлашы неше градус?



1232. Жүзім егілген үш бақтың әрқайсысының ауданы 3 га-дан. Бірінші бақтан 18 ц, екінші бақтан 21 ц, үшінші бақтан 15 ц жүзім алынды. 1 га жерден алынған жүзім өнімінің өзгеру құлашын табыңдар.

1233. Саяхатшылар автобуспен 4 сағат жол жүрді. Олар 1 сағатта 56 км, ал екінші сағатта одан 1,2 есе артық жүрді, үшінші сағатта бірінші сағаттағыдан 1,5 есе артық жол жүрді. Саяхатшылар төртінші сағатта үшінші сағатта жүрген жолының $\frac{4}{5}$ -ін жүрді. Саяхатшылардың әр сағат сайын жүрген жолдарының (жылдамдықтарының) модасын табыңдар.

1234. Теңсіздікті шешіңдер:

1) $10 < 3x + 4 < 19$;

3) $4 < \frac{3+x}{2} < 7$;

2) $-5 < 9 + 2x < 17$;

4) $-3 < \frac{x-8}{4} < 1$.

C

1235. Наурыз айының бір күнінде ауаның температурасы таңертең, түсте, кешке және түнде өлшенді. Өлшеу нәтижелері бойынша сол күнгі ауаның тәуліктік температурасының арифметикалық ортасы -6°C болды. Түстегі ауаның температурасына қарағанда

таңертең температура 3°C төмен, кешке температура 1°C төмен және түнде температура 4°C төмен болды.

Ауа температурасының тәулік ішіндегі:

- 1) өзгеру құлашын;
- 2) медианасын табыңдар.

1236. Қараша айында дүкенге әрқайсысы 120 данадан костюм, пальто, көйлек және жейде қабылданылды. Бірінші аптада осы киімдерден костюмнің $\frac{3}{5}$ -і, пальтоның 0,75-і, көйлектің $\frac{1}{2}$ -і, жейденің $\frac{1}{3}$ -і сатылды. Сатылған киімдердің нешеуі костюм, нешеуі пальто, нешеуі көйлек және нешеуі жейде? Сатып алушылар үшін киімнің қай түрі мода болды?

1237. Шебер жұмыс күнінің алғашқы төрт сағатында даярлаған тетіктерінің санын кестеге толтырып отырды. Шебердің бірінші сағатта даярлаған тетіктерінің саны кестеде берілді.

| Жұмыс сағаттарының реті | 1-сағ | 2-сағ | 3-сағ | 4-сағ |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Даярланатын тетіктерінің саны | 120 | | | |

Сұрақтарға жауап беріп, кестені толтырыңдар:

- 1) Шебердің екінші сағатта даярлаған тетіктерінің саны бірінші сағаттағыға қарағанда 10%-ке кем болды. Шебер екінші сағатта неше тетік даярлады?
- 2) Шебердің үшінші сағатта даярлаған тетіктерінің саны екінші сағатта даярлаған тетіктері санының $\frac{8}{9}$ -іне тең еді. Шебер үшінші сағатта неше тетік даярлады?
- 3) Шебер төртінші сағатта үшінші сағаттағыға қарағанда 4 тетік артық даярлады. Шебер төртінші сағатта неше тетік даярлады?
- 4) Шебердің 4 сағатта даярлаған тетіктері санының медианасы неге тең?

1238*. Үш учаскеден 1008 ц бидай өнімі алынды. Бірінші учаскеден алынған өнімнің екінші учаскеден алынған өнімге қатынасы 5 : 9 қатынасындай. Ал үшінші учаскеден алынған өнім бірінші учаскеден алынған өнімнен 40% -ке артық.

- 1) Учаскелердің әрқайсысынан неше центнер өнім алынды?
- 2) Учаскелерден алынған өнім медианасы неше центнер? Ол қай учаскеден алынды?

1239. Амалдарды орындаңдар:

$$\left[\frac{3,2 + 2\frac{2}{7} \cdot 0,7}{0,6 - \frac{1}{3}} - \frac{\left(3,8 - 2\frac{1}{6}\right) : 1,4}{5\frac{8}{15} - 3\frac{1}{5}} \right] : 4\frac{3}{8}.$$

Тақырыптың түйіні.

Берілген сандар қатарының медианасы, модасы, өзгеру құлашы.

1) Берілген сандар қатарындағы ең үлкен мән мен ең кіші мәндің айырмасы сол қатардың өзгеру құлашы деп аталады.

2) Берілген сандар қатарының медианасы, ондағы сандардың орташа мәні қай санмен сипатталатынын көрсетеді.

3) Берілген сандар қатарының модасы – ондағы жиілігі ең көп сан.

Есеп. Мәдина, Әсел, Нүргүл, Самал және Гүлнұр – бес қыз маркалар жинады. Мәдина 25 марка, Әсел 26 марка, Нүргүл 19 марка, Самал 29 марка және Гүлнұр 19 марка жинады.

Осы сандар қатарының медианасын, модасын, өзгеру құлашын анықтаңдар.

Шешуі. 25, 26, 19, 29 және 19 сандары берілген сандар қатарын құрайды.

1. $29 - 19 = 10$ – берілген сандар қатарының өзгеру құлашы.

2. Берілген сандарды өсу ретімен орналастырайық: 19, 19, 25, 26, 29. Қатарда 5 сан бар. 5 – тақ сан. Қатардың қақ ортасындағы 25 саны – сол берілген сандар қатарының медианасы болып табылады.

3. Берілген сандар қатарындағы жиілігі ең көп сан – 19 саны. 19 саны берілген сандар қатарының модасы.

▲ **1226.** 20 %. **1227.** 3) 22,5; 4) 7,2; 6) 13,5.

1228. 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{7}{30}$. **1229.** 3) тәуліктік орташа температура медианасы 16° .

1230. Медианасы 6 ұпай. **1233.** Модасы 67,2 км.

1234. 2) $-7 < x < 4$; 3) $5 < x < 11$.

1237. 4) 104 бөлшек. **1238.** 1) 240 ц; 432 ц; 336 ц. **1239.** 4.

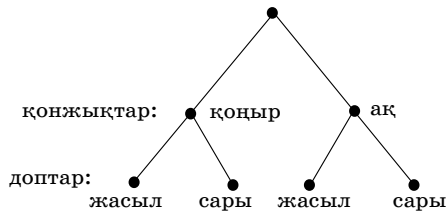


Жанат қарындасына ойыншықтар сатып алу үшін дүкенге келді. Дүкенде қоңыр, ақ қонжықтар және жасыл, сары доптар бар екен. Жанат бір қонжық, бір доп сатып алуы керек.

Жанат қонжық пен допты неше тәсілмен таңдайды?

Суретке қарап ойлан.

Сен қандай түсті қонжық пен қандай түсті допты таңдар едің?



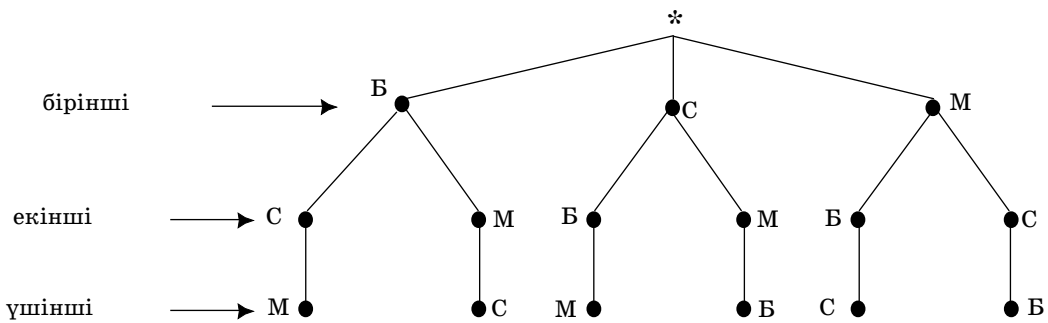
8.3. Іріктеу тәсілі арқылы комбинаторикалық есептерді шығару

Өмірде кездесетін қайсыбір мәселелерді шешуде оның бір ғана емес бірнеше нұсқалары болады. Мұндай жағдайда сол нұсқалардың барлығы анықталып, олардан «тиімді» деп есептелетін нұсқа таңдап алынады. Демек, *мүмкін нұсқалар іріктелінеді*.

1-есеп. Сыныпта Біржан, Самал және Мирас әрқайсысы бір күннен үш күн кезекші болуы керек. Олардың кезекшілік ету ретінің неше нұсқасы бар?

Есеп шешуінің мүмкін нұсқаларын іріктеп табуда, шамалар (нысандар) келісілген шартты белгілермен жазылады. Мысалы, есеп мазмұнындағы оқушылар аттарын олардың бас әріптерімен белгілейміз. Сонда Біржан – Б, Самал – С, Мирас – М әріптерімен белгіленеді. Көбінесе нұсқалардағы элементтер цифрлармен де белгіленеді.

Мүмкін нұсқаларды іріктеу сызбанұсқасы бұтақтары жайылған ағаш тәрізді кескінделеді (8.4-сурет). Сызбанұсқадағы «ағаштың» неше бұтағы болса, есептің шешуінің сонша нұсқасы болады. «Ағаштың» түбі жұлдызшамен (*) белгіленіп, негізгі нысанды кескіндейді.



8.4-сурет

Есеп шешуінің мүмкін нұсқалары:
 ВСМ, BMC, CBM, CMB, MBC, MCB.

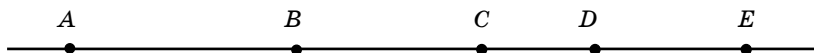
Демек, олардың кезекшілік етуінің 6 нұсқасы бар.

Жауабы: Кезекшіліктің 6 нұсқасы бар.

Мүмкін нұсқаларды іріктеудің мұндай тәсілін «*мүмкін нұсқалар ағашы*» деп атайды.

Есеп шешуінің мүмкін нұсқаларын кесте түрінде жазып іріктеуге де болады.

2-есеп. Түзу жүргізіп, оның бойынан A, B, C, D және E нүктелерін белгілеңдер (8.5-сурет). Неше кесінді пайда болады?



8.5-сурет

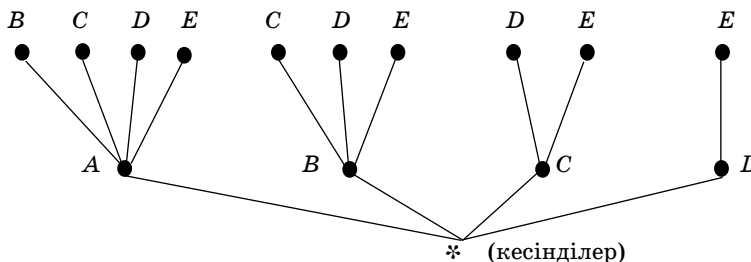
Есептің шешуінде ескерілетін жағдай – кесіндінің екі шеткі нүктелерінің орындарын алмастырып жазуға болатындығы. Мысалы, AB кесіндісін BA кесіндісі деп те жазуға болады. Мұндай жағдайда кестеде белгілеудің алфавиттік ретпен жазылуын, мысалы, кесіндінің AB белгіленуін нұсқаға алған тиімді.

Кесінділер: AB, AC, AD, AE
 BC, BD, BE
 CD, CE
 DE

Кесінділер саны: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$. Мүмкін нұсқалар үшбұрышты кестемен жазылды.

Жауабы: 10 кесінді.

8.6-суретте есептің шешуін «Мүмкін нұсқалар ағашы» сызбанұсқасымен кескіндеу көрсетілген.



8.6-сурет



1. Есеп шешуінің мүмкін нұсқалары қандай тәсілдермен іріктеледі?
2. Есептің шартындағы объектілер, денелер, қалай белгіленеді?
3. «Мүмкін нұсқалар ағашы» тәсілінде есептің шешуінің нұсқалар санын қалай анықтаймыз?

1240. Ауызша есептендер:

| | | | |
|--|---|---|---|
| 1) $-0,9-3,5$: 2 - 0,8 : (-5) · 3 <hr style="width: 100%;"/> ? | 2) $0,4-7$: 3 - 2,8 : 4 <hr style="width: 100%;"/> ? | 3) $5,8-10$ · 4 : 0,7 + 14 : (-4) <hr style="width: 100%;"/> ? | 4) $0,2-1$ · 5 + 7 : 2 <hr style="width: 100%;"/> ? |
|--|---|---|---|

A

1241. 1) 15 санын екі бүтін оң санның қосындысы түрінде жазыңдар. Қосындыны неше нұсқада жазуға болады?
2) 60 санын екі бүтін оң санның көбейтіндісі түрінде жазыңдар. Көбейтіндіні неше нұсқада жазуға болады?

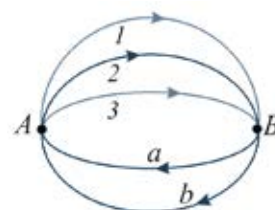
1242. 0, 1, 2 және 3 цифрларын пайдаланып, бір цифр қайта қайталанбайтын неше екі таңбалы сандарды жазуға болады?
Ондағы жұп сандарды бір жолға, тақ сандарды екінші жолға жазыңдар.

1243. 1) 7, 5 және 4 цифрларын пайдаланып, неше екі таңбалы сандарды жазуға болады? Ондағы жай сан нешеу? Құрама сан нешеу?
2) Жазылуында 9 цифры 2 рет және 0 цифры 2 рет қайталанатын төрт таңбалы сандарды жазыңдар. Барлығы неше сан жазылды?

1244. Түзу бойында K, L, P және T нүктелерін белгілеңдер. Неше кесінді пайда болды? Оларды жазыңдар.

1245. Сары және қызыл қызғалдақтардан әрбір гүл шоғында 3 гүлден өртүрлі неше гүл шоғын даярлауға болады?

1246. Жолаушы A пунктiнен B пунктiне 1-ші, 2-ші немесе 3-ші жолдармен бара алады. Ол B пунктiнен A пунктiне a немесе b жолымен қайта алады (8.7-сурет). Жолаушы A пунктiнен B пунктiне неше нұсқадағы жолдармен барып, қайта алады? Нұсқаларды жазып көрсетiңдер.



8.7-сурет

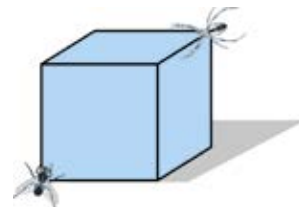
1247. Әселде ақ, сары күртелер және көк, қара белдемшелер бар. Әсел күртесі мен белдемшесін өртүрлі неше нұсқада ауыстырып киіне алады?

1248. Нүргүлде қызыл, көк, жасыл және сары үшбұрыштар бар. Ол осы әртүсті үшбұрыштарды неше тәсілмен қатарластырып қоя алады?
1249. Теңдеуді шешіңдер:
- 1) $|-x|+|47|=-56$; 3) $|-8|+|x|=-14$;
- 2) $|-9| \cdot |x|=-45$; 4) $|-x|:|-6|=-5$.

В

1250. 1) 0, 8 және 9 цифрларының әрқайсысын бір рет қана пайдаланып, үш таңбалы сандар құрастырыңдар. Неше үш таңбалы сан құрастырылды? Мүмкін нұсқалар ағашы сызбанұсқасын пайдаланып, жазып көрсетіңдер.
2) 763 санындағы цифрлардың орындарын ауыстырып, тағы неше үш таңбалы сан жазуға болады?
1251. Математикадан өткен аудандық олимпиадада 5 оқушы бірдей балл жинап, жеңімпаз болды. Облыстық олимпиадаға осы жеңімпаз оқушылардың ішінен 2 оқушыны жіберудің неше нұсқасы бар?
1252. Күреске 6 бала қатысты. Олардың әрбіреуі өзге балалардың әрқайсысымен 1 рет күреске шықты. Балалар барлығы неше рет күреске шықты? Мүмкін нұсқаларды кесте түрінде көрсетіңдер.
1253. Туристер Қазақстанның Түркістан, Алматы және Семей қалаларына саяхат жасаулары керек. Туристер осы қалаларға неше нұсқада саяхат жасай алады? Есептің шешімін «мүмкін нұсқалар ағашымен» кескіндеңдер.
1254. Мектепте жас натуралистер, жас математиктер, көркем-өнерпаздар, қолөнершілер және жеңіл атлетика үйірмелері бар. Айжан осы үйірмелердің тек екеуіне ғана неше нұсқада қатыса алады?

1255. Өрмекші мен шыбын кубтың қарама-қарсы төбелерінде отыр (8.8-сурет). Өрмекші шыбынға бару үшін кубтың қырымен және оның диагоналымен жылжиды. Өрмекші шыбынға неше нұсқада бара алады?



8.8-сурет

1256. Теңдеуді шешіңдер:
- 1) $1,1x-2,5=0,6x$; 3) $16-9,5y=3y+21$; 5) $6y-2,8=2,5y$;
- 2) $6,75x=2\frac{1}{4}x-9$; 4) $1\frac{1}{4}y+7,5=5y$; 6) $0,5x-7=-\frac{2}{3}x$.

С

1257. Достар бір-бірімен қоштасу кезінде бір-біріне барлығы 12 визитка берді. Неше дос бір-бірімен қоштасты?
1258. Орал, Қостанай, Павлодар, Ақтау және Тараз қалалары екі-екіден тікелей ұшатын әуежолдарымен байланысқан. Осы қалалардан бір-біріне ұшақтар тікелей ұшатын неше әуежолы бар?
1259. Гүлдананың әртүрлі 4 кофтасы, әртүрлі 3 юбкасы және әртүрлі 2 туфлиі бар. Егер барлық киімдері бір-біріне үйлесімді болса, Гүлдана неше нұсқада киіне алады?
1260. Кассир 5 теңгеліктер мен 10 теңгеліктерден неше тәсілмен 60 теңгені қайтарып бере алады? Қайтарып берген ақшада бірыңғай 5 теңгеліктер немесе бірыңғай 10 теңгеліктер болмауы керек.
1261. 4 бөлменің 4 кілті бар. Бөлмелердің кілттері араласып кетіп, қай кілт қай бөлменікі екені белгісіз болды. Осы 4 бөлмені ашу үшін ең күрделі жағдайда кілттерді неше рет тексеру керек?
1262. A қаласынан B қаласына баратын 5 жол бар, ал B қаласынан C қаласына баратын 4 жол бар. A қаласынан B қаласы арқылы C қаласына неше жолмен баруға болады?
1263. Оқушы альбомның бетіне жолбарыстың, аюдың, қасқырдың және түлкінің суреттерін жапсыру керек. Ол жолбарысты барлық суреттердің сол жағына, ал қасқыр мен түлкіні қатар жапсырғысы келеді. Оқушы суреттерді өзінің қалауынша неше нұсқада жапсыра алады?
- 1264*. Оқушы дәптерге кез келген үшбұрыш сызды. Оның қабырғаларын барлық мүмкін нұсқаларда екі-екіден қосқанда, қосынды: 16 см, 13 см және 15 см болды.
- Үшбұрыштың периметрі неше сантиметр?
 - Үшбұрыштың қабырғаларының әрқайсысы неше сантиметр?
- 1265*. Төрт балықты екі-екіден өлшегенде массалары: 4 кг, 6 кг, 7 кг, 8 кг, 9 кг және 11 кг болды.
- Барлық балықтың массасы неше килограмм?
 - Балықтардың әрқайсысының массасы неше килограмм?
1266. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{2(x-9)}{3} = \frac{3(x-6)}{4} - \frac{x+10}{6}; \quad 2) \frac{2(x+1)}{3} - \frac{3x+7}{12} = \frac{5(2x+3)}{8} - 2.$$

- ▲ 1241. 1) 7 нұсқада; 2) 6 нұсқада.
 1243. 1) Бір жай санды; сегіз құрама санды.
 1244. 6 кесінді. 1248. 24 тәсілмен.
 1251. 10 нұсқасы бар.
 1252. 15 рет күреске шықты. 1254. 10 нұсқада. 1255. 5 нұсқада.
 1256. 1) 5; 3) $-0,4$; 6) 6. 1257. 4 дос қоштасты.
 1258. 10 әуежолы бар. 1259. 24 нұсқада киіне алады.
 1261. 6 рет. 1264. • 7 см; 9 см; 6 см.
 1265. • Барлық балықтың массасы 15кг. • 1 кг, 3 кг, 5 кг, 6 кг.
 1266. 1) -2 ; 2) $0,25$.

VIII ТАРАУДЫ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

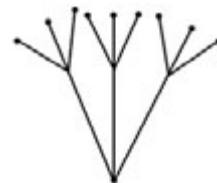
1267. Қомбайншы егін жинау кезінде:
 бірінші күні 15,2 га;
 екінші күні 16,2;
 үшінші күні 18,6 га;
 төртінші күні 16,2 га;
 бесінші күні 17,3 га жерден егін жинады. Қомбайншының бір күнгі егін жинайтын егіс алқабының орташа ауданын табыңдар. Оның өзгеру құлашын есептендер. Модасы бар ма?
1268. Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар.
 Екі санның арифметикалық ортасы 43-ке тең. Бірінші сан екінші саннан 13,6-ға артық. Осы сандарды табыңдар.
1269. Оқушы бүгін математикадан, қазақ тілінен және тарихтан үй тапсырмасын орындауы керек. Оқушы үй тапсырмасын неше нұсқада орындай алады?
1270. *A* пунктiнен *B* пунктiне катермен немесе ұшақпен баруға болады. *B* пунктiнен *C* пунктiне пойызбен немесе автобуспен баруға болады. *A* пунктiнен *C* пунктiне *B* пунктi арқылы неше нұсқада баруға болады?

В

1271. Есептеп, кестені толтырыңдар:

| Берілген сандар қатары | Арифметикалық орта | Медиана | Өзгеру құлашы |
|--|--------------------|---------|---------------|
| 9, 7, 4, 6, 3, 7 | | | |
| 2,7; 5,9; 4,2; 3,8; 1,9 | | | |
| $\frac{1}{2}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$ | | | |

- 1272.** Назерке, Меруерт, Әлихан, Бауыржан және Еңлік бір-бірімен қол алысып сәлемдесті. Олар неше рет қол алысып сәлемдесті?
- 1273.** Катердің ағыспен жүзгендегі жылдамдығы мен ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығының арифметикалық ортасы 17 км/сағ. Катердің ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығы 14,5 км/сағ. Катердің ағыспен жүзгендегі жылдамдығын табыңдар.
- 1274.** 1, 3, 8 және 9 сандары берілген. Осы сандардан өзара тең емес екі санды қосып, неше нұсқада қосындыны табуға болады?
- 1275.** Шешімі 8.9-суреттегідей «мүмкін нұсқалар ағашымен» кескінделетін есеп құрастырыңдар.



8.9-сурет

С

- 1276.** Екі қала арасындағы қашықтық 420 км. Екі қала арасындағы қашықтықтың бірінші жартысын автобус 70 км/сағ жылдамдықпен жүрсе, екінші жартысын 52,5 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Автобустың осы екі қала арасын жүрудегі орташа жылдамдығын табыңдар.
- 1277.** Үш санның арифметикалық ортасы 3,2-ге тең. Осы сандардың алғашқы екеуінің арифметикалық ортасы 2,85-ке тең. Үшінші санды табыңдар.
- 1278.** Кітаптар дүкенінде әртүрлі 5 ертегілер жинағы, әртүрлі 3 өлеңдер жинағы және әртүрлі 2 әңгімелер жинағы бар. Осы кітаптардан неше тәсілмен бір ертегілер жинағын, бір өлеңдер жинағын және бір әңгімелер жинағын сатып алуға болады?
- 1279.** 3 орындық қайықпен 4 адамды неше нұсқада өзеннің бергі жағасынан арғы жағасына тасуға болады?
- 1280.** Біздің сыныптан 2 оқушы өлең айтады, 3 оқушы домбыра тартады және 2 қыз би билейді. Осы өнерпаздардан бір әншінің, бір домбырашының және бір бишінің концерттік бағдарламасын неше нұсқада дайындауға болады?

- ▲ **1268.** 49,8; 36,2. **1272.** 10 рет қол алысып сәлемдеседі.
1273. 19,5 км/сағ. **1274.** 6 қосынды.
1276. 60 км/сағ. **1277.** 3,9. **1278.** 30 тәсілмен.
1280. 12 нұсқада.

IX тарау. ШАМАЛАР АРАСЫНДАҒЫ ТӘУЕЛДІЛІКТЕР

9.1. Шамалар арасындағы тәуелділіктер.

Шамалар арасындағы тәуелділіктердің формуламен берілуі

I. Шамалар арасындағы тәуелділіктер.

Техникада, шаруашылықта және күнделікті өмірде мына шамаларды: ұзындықты, ауданды, көлемді, массаны, заттың құны мен оның санын және т.б. кездестіреміз.

Есептеулерде бір шаманың мәні өзгермейді де, екінші шаманың мәні өзгереді.

Есеп. Велосипедші 14 км/сағ жылдамдықпен 2 сағатта, 3 сағатта, 4 сағатта неше километр жол жүрді?

Шешуі.

Берілген жылдамдық және уақыт бойынша жүрілген жолды табайық:

$$s = v \cdot t.$$

$s = 14 \cdot 2 = 28$ (км) – велосипедшінің 2 сағатта жүрген жолы;

$s = 14 \cdot 3 = 42$ (км) – велосипедшінің 3 сағатта жүрген жолы;

$s = 14 \cdot 4 = 56$ (км) – велосипедшінің 4 сағатта жүрген жолы.

Берілген жағдайда жылдамдық (v) – тұрақты шама, ал жол (s) және уақыт (t) – мәндері өзгеріп отыратын шамалар.

Сан мәндері өзгеріп отыратын шамалар айнымалы шамалар деп аталады.

Демек, есептің шарты бойынша: жол (s) және уақыт (t) – айнымалы шамалар.

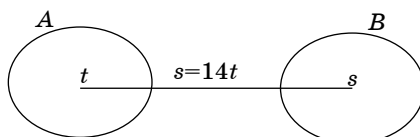
Айнымалы шамалардың қайсыбірі тәуелсіз айнымалы шама болса, қайсыбіреуі тәуелді айнымалы шама болады.

Есептің мазмұнындағы велосипедшінің 14 км/сағ жылдамдықпен жүру жолының ұзындығы (s) оның жүру уақытына (t) тәуелді.

Онда уақыт (t) – тәуелсіз айнымалы шама, ал жол (s) – тәуелді айнымалы шама. Есептің шешуінде уақыттың (t -ның) берілген мәніне жолдың (s -тің) бір ғана мәні сәйкес.

Есептеу нәтижесі бойынша, *тәуелсіз айнымалының әрбір бір мәніне тәуелді айнымалының бір ғана мәні сәйкес.*

Тәуелсіз айнымалының қабылдайтын мәндері – A жиынының әрбір элементіне тәуелді айнымалы шама мәндерінің B жиынынан бір ғана элемент сәйкес (9.1-сурет).



9.1-сурет

Шамалар арасындағы тәуелділік формуламен, кестемен немесе графикпен беріледі.

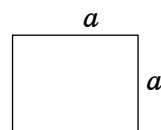
II. Шамалар арасындағы тәуелділіктің формуламен берілуі.

Есеп. Квадраттың қабырғасы a см, оның периметрін (P) табыңдар. Мұндағы $a = 2; 5; 7$.

Шешуі. Квадраттың периметрінің формуласы:

$$P = 4a.$$

Егер: $a = 2$ болса, $P = 4 \cdot 2 = 8$ (см);
 $a = 5$ болса, $P = 4 \cdot 5 = 20$ (см);
 $a = 7$ болса, $P = 4 \cdot 7 = 28$ (см).



Квадраттың периметрінің (P -нің) мәні оның қабырғасының ұзындығы (a -ның) мәніне тәуелді, мұндағы a – тәуелсіз айнымалы, ал P – тәуелді айнымалы.

Тәуелсіз айнымалы a -ның берілген бір мәніне тәуелді айнымалы – P -ның бір ғана мәні сәйкес.

Демек, $P = 4a$ формуласы бойынша квадраттың периметрі (P) оның қабырғасының ұзындығына (a) тәуелді.



1. Қандай шама айнымалы шама деп аталады?
2. Шамалар арасындағы тәуелділіктің формуламен берілуіне мысал келтіріңдер. Мысалдағы тәуелді айнымалыны, тәуелсіз айнымалыны атап көрсетіңдер.
3. Тәуелді айнымалының бір мәнділігін қалай түсінесіңдер?

1281. Тәуелсіз айнымалыны, тәуелді айнымалыны шамалар түрінде атаңдар:

- | | | |
|----------------|---------------------|-------------------------|
| 1) $S = 9b$; | 3) $V = a^3$; | 5) $v = \frac{70}{t}$; |
| 2) $C = 85n$; | 4) $P = 2(5 + b)$; | 6) $c = 2\pi R$. |

A

1282. Шамалар арасындағы тәуелділікті көрсететін формуланы жазыңдар:

- 1) Кубтың көлемі (V) мен оның қырының (a) арасындағы тәуелділікті;
- 2) дөңгелектің диаметрі (D) және оның радиусы (R) арасындағы тәуелділікті;
- 3) 4 сағ уақыт аралығында орындалған жұмыс (A) шамасы мен жұмыс өнімділігі (a) арасындағы тәуелділікті;

4) 7 марканың құны мен (C) оның бағасы (a) арасындағы тәуелділікті.

1283. Дөңгелек пішінді гүл егілген гүлзардың радиусы R м, ал оның ауданы S м².

Дөңгелектің ауданының (S) оның радиусына (R) тәуелділік формуласын жазыңдар.

Формула бойынша: 1) егер $R = 3$ болса, S -ті табыңдар;

2) егер $R = 4$ болса, S -ті табыңдар.

1284. Меншікті жылдамдығы 20 км/сағ катер, ағыс жылдамдығы 2,4 км/сағ өзенде ағыспен t сағ жүзді. Катер неше километр қашықтыққа (s) жүзді?

Өзенде ағыспен жүзген объектінің жүзу қашықтығының (s) жүзу уақытына (t) тәуелділік формуласын жазыңдар:

Формула бойынша: 1) $t = 2$ болғандағы s -ті табыңдар;

2) $t = 5$ болғандағы s -ті табыңдар.

1285. Тік төртбұрыштың ауданы S см², оның ұзындығы a см, ал ені b см ұзындығынан 3 есе кем.

Тік төртбұрыштың ауданының (S) оның қабырғалары (a және b) ұзындықтарына тәуелділігін көрсететін формуланы жазыңдар.

Формуланы пайдаланып: 1) $a = 6$ болғандағы S -ті табыңдар;

2) $a = 18$ болғандағы S -ті табыңдар.

1286. Теңсіздікті шешіңдер:

1) $2x + 3 < x + 1$; 3) $2 - x \leq 3x - 10$; 5) $5x + 2 > 3x + 10$;

2) $x - 5 > 3 - x$; 4) $7x - 1 > x + 5$; 6) $7x - 4 \leq x + 14$.

B

1287. Арақашықтығы 92 км A және B елді мекендерінен бірдей уақытта бір бағытта мотоциклші мен велосипедші шықты.

Мотоциклшінің жылдамдығы 37 км/сағ, ал велосипедшінің жылдамдығы 14 км/сағ.

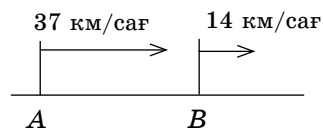
Бірін-бірі қуу қозғалысы үшін олардың

арақашықтығының (d) уақытқа (t) тәуелділік формуласын жазыңдар.

Формула бойынша: 1) $t = 2$ болғандағы d -ны табыңдар;

2) $t = 3$ болғандағы d -ны табыңдар.

3) Неше сағат жүрген соң мотоциклші велосипедшіні қуып жетеді?



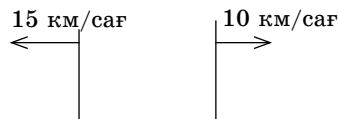
9.2-сурет

- 1288.** 400 г тұзды су ерітіндісінде m г тұз бар. Ерітіндідегі тұздың концентрациясы ($p\%$) неше процент?
Ерітінді концентрациясының ($p\%$) ондағы қоспаның массасына (m) тәуелділік формуласын жазыңдар.
Формуланы пайдаланып: 1) $m = 72$ болғандағы $p\%$ -ті табыңдар;
2) $m = 160$ болғандағы $p\%$ -ті табыңдар.
- 1289.** Кубтың қыры a см, оның бетінің ауданы S см².
Кубтың беті ауданының (S) оның қырының ұзындығына (a) тәуелділігін көрсететін формуланы жазыңдар.
Формула бойынша: 1) $a = 3$ болғандағы S -ті табыңдар;
2) $a = 5$ болғандағы S -ті табыңдар.
- 1290.** Балалар бақтан алма, алмұрт, шабдалы және өрік жинады. Жемістердің барлығының массасы 38 кг. Балалар жинаған алма мен алмұрт 25 кг, алма мен шабдалы 17 кг, алма мен өрік 16 кг. Балалар жемістердің әрқайсысынан неше килограмм жинады?
- 1291.** Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{x}{6} + 5; \quad 2) \frac{2x}{3} - \frac{4x}{5} = \frac{x}{15} + 1; \quad 3) \frac{3x}{8} - \frac{x}{6} = \frac{x}{12} - 1.$$

С

- 1292.** Банкке айына 3% «жай проценттік өсіммен» 7000 000 тг ақша салынды. Банкке салынған ақша n айдан соң неше теңге (S_n) болады?
Банктің есепшотындағы соңғы ақшаның (S_n), банкте сақталған ай санына (n) тәуелділік формуласын жазыңдар.
Формуланы пайдаланып: 1) $n = 5$ болғандағы S_n -ді табыңдар;
2) $n = 8$ болғандағы S_n -ді табыңдар.
- 1293.** Арақашықтығы 20 км екі елді мекеннен бір-бірінен қарама-қарсы бағытта екі велосипедші шықты.
Бірінші велосипедшінің жылдамдығы 15 км/сағ, ал екінші велосипедшінің жылдамдығы 10 км/сағ. Велосипедшілер t сағ жүрген соң бір-бірінен неше километр қашықтықта (d) болады?
Бір-бірінен қарама-қарсы бағытта қозғалған нысандардың арақашықтығының (d) қозғалыс уақытына (t) тәуелділік формуласын жазыңдар.



Формула бойынша: 1) $t = 3$ болғандағы d -ны табындар;
2) $t = 5$ болғандағы d -ны табындар.

1294*. Егер $\frac{x}{y}$ бөлшегінің алымын 200%-ке өсіріп, ал бөлімін 40%-ке кемітсек, бөлшек қалай өзгереді?

★1295. Ақпараттық-коммуникациялық технология (АКТ) көздерін пайдаланып, Айдың радиусын жазып алындар. Айдың экваторының ұзындығын есептеп табындар (жауабын мың километрге дейін дөңгелектеңдер).

- | | |
|---|--|
| ▲ 1284. 2) 112 км. | 1285. 12 см ² . |
| 1286. 1) $x < -2$; 3) $x \geq 3$; 5) $x > 4$. | 1288. 1) 18%. |
| 1289. 2) 150 см ² . | 1290. 10 кг, 15 кг, 7 кг, 6 кг. |
| 1291. 1) 12; 2) -5; 3) -8. | 1292. 1) 8050 000 тг. |
| 1294. 5 есе өседі. | 1295. $\approx 10,9$ мың км. |

9.2. Шамалар арасындағы тәуелділіктердің кестемен берілуі

Тәжірибелер мен бақылауларда тәуелсіз айнымалының мәні мен оған сәйкес тәуелді айнымалының мәні белгілі бір реттілікпен кесте арқылы беріледі. Шамалар арасындағы тәуелділік кестемен берілген жағдайда тәуелсіз айнымалының мәні мен оған сәйкес тәуелді айнымалының мәні кестенің бір бағанына жазылады.

Мысалы, 1-кестеде өнімділігі 1,5 м³/мин құбырдан ағатын су көлемінің (V), судың ағу уақытына (t) тәуелділігі берілген.

1-кесте

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|-----|---|-----|---|-----|---|------|----|------|----|
| t (мин) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| V (м ³) | 0 | 1,5 | 3 | 4,5 | 6 | 7,5 | 9 | 10,5 | 12 | 13,5 | 15 |

Кесте *қадаммен* беріледі. Кестенің қадамы дегеніміз тәуелсіз айнымалы шаманың қатар тұрған екі мәнінің айырмасы. Келтірілген кестенің қадамы 1-ге тең.

Кестеде тәуелсіз айнымалының берілген мәндері немесе қабылдайтын мәндері ғана алынады.



1. Шамалар арасындағы тәуелділік кестемен қалай беріледі?
2. Шамалар арасындағы тәуелділік кестемен берілген жағдайда тәуелсіз айнымалының берілген мәніне тәуелді айнымалының сәйкес мәні қалай табылады?
3. Кестенің қадамы деген не?

1296. Амалдар тізбегін орындаңдар (ауызша):

| | | | |
|-----------------|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------|
| 1) $26 - 40$ | 2) $-7 - 8$ | 3) $(-5) \cdot 3$ | 4) $8 - 12$ |
| $: (-7)$ | $\cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$ | $\cdot \left(-\frac{1}{15}\right)$ | $\cdot \frac{3}{4}$ |
| $-1\frac{1}{3}$ | $-2,5$ | $+\frac{3}{4}$ | $+2,5$ |
| $\cdot 3$ | $\cdot 2$ | $\cdot (-4)$ | $\cdot (-6)$ |
| $-1,8$ | $-\frac{7}{8}$ | $-\frac{2}{7}$ | $\cdot \frac{1}{3}$ |
| ? | ? | ? | ? |

A

1297. 2-кестеде ағаш білеушенің массасының (m) оның көлеміне (V) тәуелділігі берілген.

2-кесте

| | | | | | | |
|------------------|-----|------|------|----|------|------|
| $V(\text{см}^3)$ | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 |
| $m(\text{г})$ | 8,4 | 12,6 | 16,8 | 21 | 25,2 | 29,4 |

1. Қай шама тәуелсіз айнымалы шама?
2. Қай шама тәуелді айнымалы шама?
3. Ағаш білеушенің массасының (m) оның көлеміне (V) тәуелділік формуласын жазыңдар.

1298. 3-кестеде тік бұрышты параллелепипедтің табан ауданы тұрақты – $S \text{ см}^2$ болғандағы оның көлемінің (V) биіктігіне (h) тәуелділігі берілген.

3-кесте

| | | | | | | |
|------------------|-----|-----|---|---|------|----|
| $h(\text{см})$ | 2 | 4 | 6 | 8 | | 12 |
| $V(\text{см}^3)$ | 442 | 884 | | | 2210 | |

1. Тік бұрышты параллелепипедтің табан ауданын табыңдар.
2. Тік бұрышты параллелепипедтің табан ауданы тұрақты болғанда оның көлемінің (V) биіктікке (h) тәуелділік формуласын жазыңдар.
3. Кестедегі бос орындарды толтырыңдар.

1299. 4-кестеде картоп құрамындағы крахмал массасының (m) картоптың массасына (M) тәуелділігі берілген.

4-кесте

| | | | | | | | |
|-----------------|------|---|------|---|------|------|-----|
| Картоп M (кг) | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | | 4,5 |
| Крахмал m (г) | 0,27 | | 0,45 | | 0,63 | 0,72 | |

1. Картоптың неше проценті крахмал?
2. Картоп құрамындағы крахмалдың массасының (m) картоп массасына (M) тәуелділік формуласын жазыңдар.
3. Кестедегі бос орындарды толтырыңдар.

1300. Есептеңдер:

$$1) 5 - \frac{3}{4 + \frac{1}{2}}; \quad 2) 3 + \frac{4}{1 - \frac{1}{3}}; \quad 3) 6 - \frac{5}{3 - \frac{1}{2}}; \quad 4) \frac{2}{5} + \frac{4}{6 + \frac{2}{3}}.$$

B

1301. Катер А айлағынан шығып, ағысқа қарсы t сағ жүзді. Катердің меншікті жылдамдығы 25 км/сағ.

5-кестеде катердің t сағатта жүзген s км жолының ұзындығы берілген.

5-кесте

| | | | | |
|-----------|----|----|---|---|
| t (сағ) | 1 | | 3 | 4 |
| s (км) | 23 | 46 | | |

- 1) Ағыс жылдамдығы сағатына неше километр?
- 2) Катердің жүрген жолы ұзындығының s уақытқа t тәуелділігін формуламен жазыңдар.
- 3) Кестедегі бос орындарды толтырыңдар.
- 4) Катердің А айлағынан ең алыс қашықтауы неше километр?

1302. Спортшы 500 м қашықтыққа 10 м/с жылдамдықпен жүгірді. Спортшы t секундтан соң мәреден неше метр қашықтықта (d) болды? Жауабын 6-кестеге жазыңдар.

6-кесте

| | | | | | | |
|---------|---|----|----|----|----|----|
| t (с) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| d (м) | | | | | | |

- 1) Спортшы мәреге неше секундта жетті?
- 2) Спортшының мәреден қашықтығының (d) уақытқа тәуелділік формуласын жазыңдар.

1303. Жұмыс өнімділігі 2 га/сағ комбайн сағат 9-дан 14-ке дейін егін жинады.

1. Жұмыс өнімділігі (v) тұрақты болғандағы жұмыс көлемінің (A) жұмыс уақытына (t) тәуелділігінің кестесін жазыңдар.

2. Жұмыс өнімділігі (v) тұрақты болғандағы жұмыс көлемінің (A) жұмыс уақытына (t) тәуелділігінің формуласын жазыңдар.

1304. Тік бұрышты параллелепипед пішінді аквариумның табан ауданы $4,2 \text{ дм}^2$, оның биіктігі 6 дм. Аквариумға құйылған су көлемінің (V л) ондағы су бағаны биіктігіне (h дм) тәуелділігі 7-кестеде берілген. $1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л}$.

7-кесте

| | | | | | | |
|---------------------------------|---|-----|-----|------|---|---|
| Су бағаны биіктігі, (h дм) | 0 | 1 | 2 | | 4 | 5 |
| Су көлемі, ($V \text{ дм}^3$) | 0 | 4,2 | 8,4 | 12,6 | | |

1) Кестедегі бос орындарды толтырыңдар.

2) Аквариумдағы су көлемінің (V) ондағы су бағаны (h) тәуелділігін формуламен жазыңдар.

1305. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{6}{|x-5|} = 2; \quad 2) \frac{|7-x|}{4} = 3; \quad 3) \frac{4}{|2x+1|} = 0,8.$$

C

1306. 8-кестеде велосипедшінің жүрген жолы ұзындығының (s) велосипедтің доңғалағының айналу санына (n) тәуелділігі берілген.

8-кесте

| | | | | | | |
|-------------------|------|------|----|----|-----|-------|
| n (айналу саны) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| s (м) | 31,4 | 62,8 | | | | 188,4 |

1) Велосипедтің доңғалағының диаметрін табыңдар;

2) Велосипедшінің жүрген жолы ұзындығының (s) велосипедтің доңғалағының айналым санына (n) тәуелділік формуласын жазыңдар.

3) Кестені толтырыңдар.

1307. Арақашықтығы 120 км екі елді мекеннен бір уақытта бір-біріне қарама-қарсы бағытта екі автомобиль шыққан. Олардың арақашықтығының (d -ның) қозғалыс уақытына (t -ға) тәуелділігі 9-кестеде берілген. Кестедегі бос орындарды толтырыңдар.

9-кесте

| | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|----|----|----|----|----|
| t (мин) | 0 | 10 | 20 | | 40 | | 60 |
| d (км) | 120 | 100 | 80 | 60 | | 20 | 0 |

- 1) Автомобильдердің бір-біріне жақындау жылдамдығын табыңдар;
- 2) Егер бірінші автомобильдің қозғалыс жылдамдығы 0,9 км/мин болса, екінші автомобильдің қозғалыс жылдамдығы минутына неше километр?
- 3) Автомобильдердің арақашықтығының (d -ның) уақытқа (t -ға) тәуелділік формуласын жазыңдар.

1308. Массасы 400 г, концентрациясы 30% қантты су ерітіндісіне 200 г су құйылды. Соңғы ерітіндінің концентрациясы неше процент?

1309. Есептеңдер:

$$\frac{\left(4,35 - \left(\frac{4}{45} + \frac{5}{18}\right) : 4,4\right) : 0,32}{(20 - 0,68) : 8,05 + 2\frac{2}{45}}$$

| | | |
|-----------------------------|-------------------------|------------------------|
| ▲ 1300. 2) 9; 4) 1. | 1305. 2) -5; 19. | 1306. 1) 0,5 м. |
| 1307. 2) 1,1 км/мин. | 1308. 20%. | 1309. 3. |



Декарттық айнымалы шамалар туралы

XVII және XVIII ғасырларда өндіріс дамып, ғылым жетістіктерге жете бастады. Осы кезеңдерде ғаламшарлардың қозғалысы зерттелді, үлкен теңіздер мен мұхиттарда жүзу ісі дамыды.

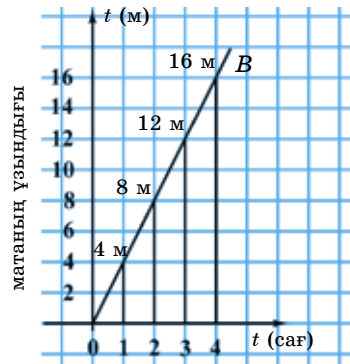
Табиғаттың үнемі өзгерісте болатындығы анықталды. Мұндай ғылым мен техниканың дамуы математика ғылымының алдына жаңа мазмұнды талаптар қойды. Математика ғылымы табиғаттағы, техникадағы және тұрмыстағы айнымалы шамалар арасындағы тәуелділікті зерттей бастады. Осы зерттеулер барысында математикаға айнымалы шамалар ұғымы енгізілді.

Математикаға айнымалы шама ұғымын алғаш енгізген француз математиктері Рене Декарт (1596–1650) және Пьер Ферма (1601–1665) болатын. Р. Декарт өзінің 1637 жылы басылып шыққан «Геометрия» атты еңбегінде айнымалы шама ұғымын пайдаланды.

Р. Декарттың айнымалы шамалар туралы зерттеулерін XVII ғасырдың ұлы математиктері И. Ньютон (1643–1727) және В.Г. Лейбниц (1646–1716) жалғастырды. «Айнымалы шама» ұғымының енуімен математикада жаңа кезең басталды.



9.4-суретте әр сағат сайын 4 м мата тоқитын станок 1 сағатта, 2 сағатта, 3 сағатта, 4 сағатта неше метр мата тоқитынын көрсететін график берілген. Тік бұрышты координаталар жүйесі сызылып, оның абсциссалар осінде станоктың жұмыс уақытының ұзақтығы көрсетілген, ал ординаталар осінде берілген уақытта станокта тоқылатын матаның ұзындығы көрсетілген. AB түзуінің координаталық жазықтықта орналасуы станокта тоқылатын мата ұзындығының оның жұмыс уақытына тәуелділігін кескіндейді.



9.4-сурет

9.3. Шамалар арасындағы тәуелділіктің графикпен кескінделуі

Шамалар арасындағы тәуелділіктер арнайы сызбалар (чертөждер) арқылы берілуі мүмкін. Мұндай жағдайда шамалар арасындағы тәуелділік *графиктер* арқылы берілді дейміз.

Графиктер бойынша: ауа температурасының тәулік ішіндегі өзгерісін, жолдың уақытқа байланысты өзгерісін, заттың құнының оның санына және бағасына тәуелділігін, жұмыстың орындалу мөлшерінің жұмыс өнімділігіне байланыстылығын т.б. білуге болады.

Шамалар арасындағы тәуелділіктерді графикпен кескіндеу тік бұрышты координаталар жүйесінде – Oxy (Декарттық координаталар жүйесінде) орындалады.

Координаталық жазықтықта (Oxy) тәуелсіз айнымалы шамалар мәндері абсциссалар осі (Ox) бойында кескінделсе, тәуелді айнымалы шамалар мәндері ординаталар осі (Oy) бойында кескінделеді.

Шамалар арасындағы тәуелділіктің графигі дегеніміз координаталық жазықтықтағы абсциссасы тәуелсіз айнымалы шамалар мәндері, ал ординатасы оған сәйкес тәуелді айнымалы шамалар мәндері болатын нүктелер жиыны.

Егер шамалардың тәуелділік графигі берілсе, онда график бойынша бір шаманың берілген мәніне сәйкес екінші шаманың мәнін табуға болады.

1-мысал. Қарағайдың 1 дм^3 көлемінің массасы $0,5 \text{ кг}$. Қарағайдың 2 дм^3 , 3 дм^3 , 4 дм^3 , 5 дм^3 көлемінің массасын тауып, оның графигін сызайық.

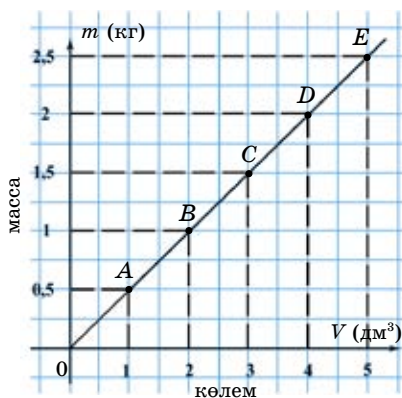
Қарағайдың берілген көлемдері үшін, оның сәйкес массасын есептеп, 10-кестені толтырайық.

10-кесте

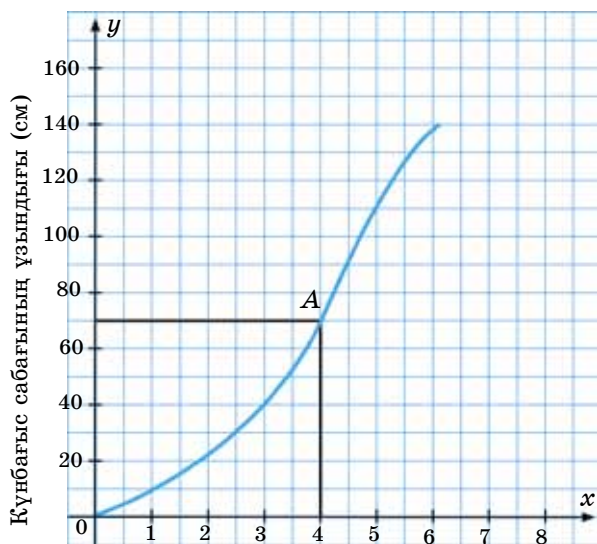
| | | | | | |
|--------------------------|-----|---|-----|---|-----|
| Көлемі, $V(\text{дм}^3)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Массасы, $m(\text{кг})$ | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |

Тік бұрышты координаталар жүйесін сызып, абсциссалар осіне қарағайдың көлемінің мәндерін, ординаталар осіне массасының мәндерін белгілейміз (9.5-сурет). Координаталық жазықтықта кестедегі көлемнің мәні абсциссасы, оған сәйкес массасының мәні ординатасы болатын: $A(1; 0,5)$, $B(2; 1)$; $C(3; 1,5)$; $D(4; 2)$, $E(5; 2,5)$ нүктелерін белгілейміз. Белгіленген нүктелерді кесінділермен қоссақ, қарағайдың массасының оның көлеміне тәуелділік графигі салынады.

Графикті пайдаланып, қарағайдың 3 дм^3 көлемінің массасы



9.5-сурет



9.6-сурет

$1,5 \text{ кг}$ екенін немесе массасы 2 кг қарағайдың көлемі 4 дм^3 екенін табуға болады.

2-мысал. 9.6-суретте 6 апта ішіндегі күнбағыс сабағының өсу ұзындығының графигі берілген.

Графиктен 4 аптада күнбағыс сабағының ұзындығы неше сантиметр болғанын табайық.

Ол үшін:

1) Ox осіндегі $x=4$ нүктесі арқылы осы Ox осіне перпендикуляр жүргізу керек;

2) перпендикулярдың графикпен қиылысу нүктесін табу керек. Ол $A(4; 70)$ нүктесі.

Демек, 4 аптада күнбағыс сабағының ұзындығы 70 см болған.

Ауа райын бақылау (метеорологиялық) мекемелерінде арнайы құрал – термографпен ауаның тәулік ішіндегі температурасының графигін сызып бақылайды.

Жер қабатының қозғалысын бақылау үшін «сейсмограф» құралы пайдаланылады. Сейсмограф жер қабатының, топырақтың қозғалысының графигін – сейсмограмманы сызып, жер сілкінісі, цунами туралы алдын ала хабарлап отырады.

Дәрігер жүрек соғуының графигі – кардиограмма арқылы жүрек ауруларын зерттейді. Экономистер белгілі бір өнім түрінің өзгеріс графигін зерттеп отырады.

Халықшаруашылығында, ғылымда, зерттеу, бақылау жұмыстарында график кеңінен қолданылады.



1. Тік бұрышты координаталар жүйесінде бір-біріне тәуелді шамалардың арасындағы байланыс қалай кескінделеді?

2. Шамалар арасындағы тәуелділіктің графигі дегеніміз не?

3. График арқылы шамалардың өзгерістерін бақылауға мысалдар келтіріңдер.

1310. Ұқсас қосылғыштарды біріктіріңдер:

1) $6x - \frac{3}{7}x$;

3) $\frac{2}{5}x + x$;

5) $\frac{1}{8}x + \frac{3}{8}x - \frac{1}{2}x$;

2) $\frac{5}{8}y - y$;

4) $7,5y - 7y$;

6) $\frac{4}{9}y + \frac{5}{9}y - \frac{1}{3}y$.

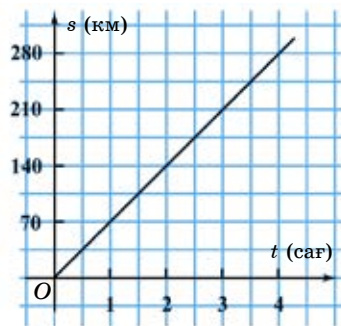
A

1311. 9.7-суретте пойыздың 70 км/сағ жылдамдықпен қозғалыс графигі берілген. График бойынша мына сұрақтарға жауап беріңдер:

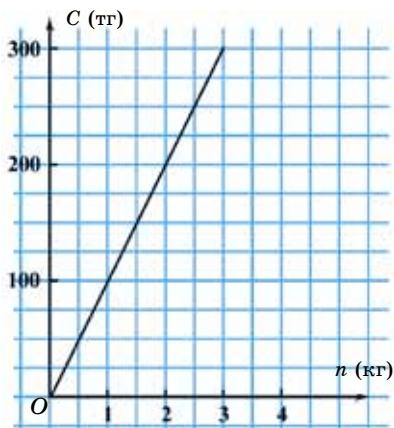
1) Пойыз 2 сағатта неше километр жол жүрген?

2) Пойыз 210 км қашықтыққа неше сағатта барған?

3) Пойыздың 70 км/сағ тұрақты жылдамдықпен жүргендегі жолмен (s) уақыттың (t) тәуелділігін көрсететін формуланы құрастырыңдар.



9.7-сурет



9.8-сурет

1312. 9.8-суретте алманың құнының оның массасына тәуелділік графигі берілген.

1) 150 теңгеге неше килограмм алманы сатып алуға болады?

2) 3 кг алма сатып алу үшін неше теңге төлеу керек?

3) Алманың бағасы тұрақты (a) болғанда, оның құнының (C) сатып алынған алма массасына (n) тәуелділік формуласын жазыңдар.

1313. Катер 20 км/сағ жылдамдықпен көлде 3 сағат жүзді.

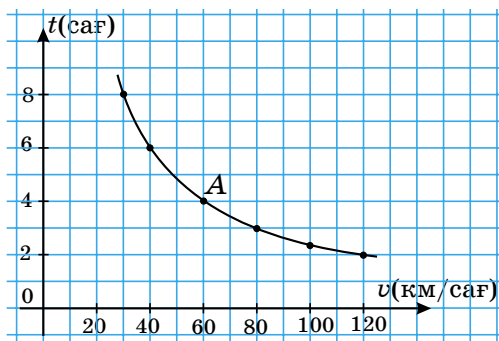
1) Катердің қозғалыс кестесін толтырыңдар:

11-кесте

| | | | |
|------------------------|----|---|---|
| Уақыт, t (сағ) | 1 | 2 | 3 |
| Жүрілген жол, s (км) | 20 | | |

2) Катердің қозғалыс графигін сызыңдар.

3) Катердің қозғалыс жылдамдығы тұрақты 20 км/сағ болғандағы жүрілген жолдың (s) уақытқа (t) тәуелділігін көрсететін формуланы жазыңдар.



9.9-сурет

1314. 9.9-суретте пойыздың жүрген жолының ұзындығы (240 км) тұрақты болғандағы уақыттың (t) жылдамдыққа (v) тәуелділігі берілген.

1) Графиктен: A нүктесінің координаталарын табыңдар. Мағыналарын түсіндіріңдер;

2) Жолдың ұзындығы (240 км) тұрақты болғандағы уақыттың (t) жылдамдыққа (v) тәуелділік формуласын жазып көрсетіңдер.

1315. Квадраттың ауданының (S см²) оның қабырғасының ұзындығына (a см) тәуелділігіне кесте құрып, графигін сызыңдар. Мұндағы $a=1; 2; 3$. Квадраттың ауданының (S) оның қабырғасының ұзындығына (a) тәуелділігін көрсететін формуланы жазыңдар.

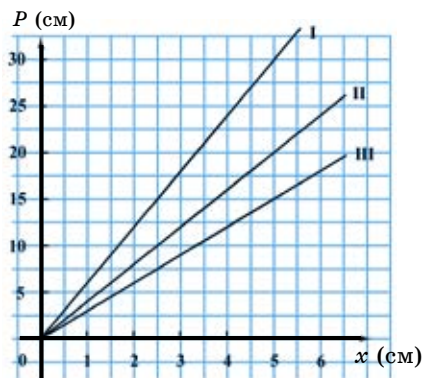
1316. Екі санның қатынасы 1:4 қатынасындай. Егер бірінші санға 40 санын қоссақ, сандардың қатынасы 3:4 қатынасына тең болады. Бірінші сан неге тең? Екінші сан неге тең?

1317. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{x-5}{2} = \frac{9-x}{3}; \quad 2) \frac{8+x}{7} = \frac{3x-5}{6,5}; \quad 3) \frac{7x+9}{2,5} = \frac{5x-2}{6}; \quad 4) \frac{0,6}{x-3} = \frac{2,1}{x+2}.$$

В

1318. 9.10-суретте фигуралардың периметрі мен қабырғалары ұзындықтарының арасындағы тәуелділік графиктері кескінделген. Графиктердің қайсысы 9.11-суреттегі қай фигураның графигі екенін анықтаңдар. I, II және III графиктердің әрқайсысының формуласын жазыңдар.



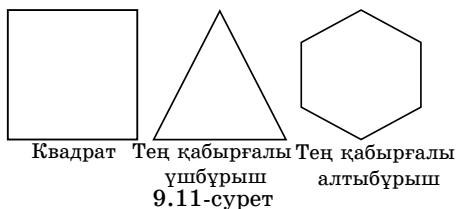
9.10-сурет

1319. 9.12-суретте автомобильдің тұрақты жылдамдықпен қозғалыс графигі көрсетілген.

1) Автомобиль қозғалыс басталған соң 3 сағат, 6 сағат өткенде алғашқы орнынан қандай қашықтықта болды?

2) Автомобиль неше сағаттан соң 300 км қашықтыққа барады?

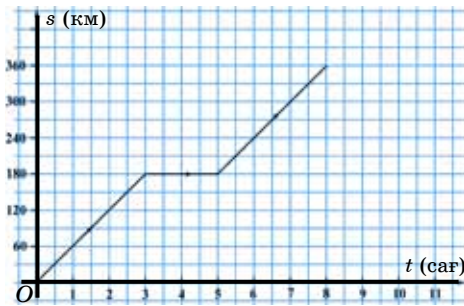
3) Автомобильдің орташа жылдамдығын табыңдар.



9.11-сурет

1320. Мәлік 6 км/сағ жылдамдықпен велосипедпен, ал Асхат 4 км/сағ жылдамдықпен жаяу жүрді.

1) Мәліктің, Асхаттың 1 сағатта, 2 сағатта, 3 сағатта жүрген жолдарын есептеп, 12-кестені толтырыңдар.

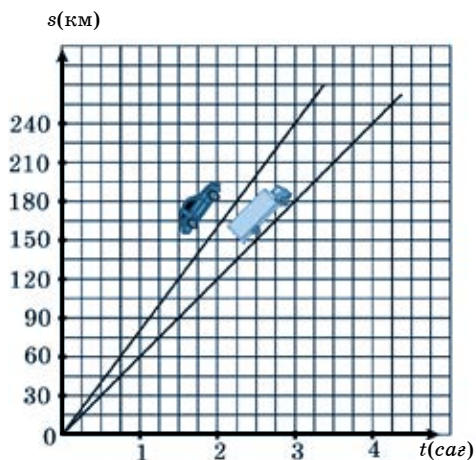


9.12-сурет

| | | | |
|---------------------------|---|---|---|
| Уақыт (сағ) | 1 | 2 | 3 |
| Мәліктің жүрген жолы (км) | | | |
| Асхаттың жүрген жолы (км) | | | |

2) Мәліктің, Асхаттың жүрген жолдарының графиктерін бір координаталық жазықтықта салыңдар.

3) Қай график жоғары, қай график төмен орналасты? Не себепті?



9.13-сурет

1321. А қаласынан арақашықтығы 240 км В қаласына бір уақытта жүк мәшinesі мен жеңіл мәшине шыққан. 9.13-суретте жүк мәшinesінің, жеңіл мәшinenің қозғалыс графиктері берілген.

Графиктен:

1) жеңіл мәшinenің жылдамдығын, жүк мәшinesінің жылдамдығын табыңдар;

2) жеңіл мәшinenің жүрген жолының (s) уақытқа (t) тәуелділігін формуламен жазыңдар;

3) жүк мәшinesінің жүрген жолының (s) уақытқа (t) тәуелділігін формуламен жазыңдар;

4) В қаласына жеңіл мәшине жүк мәшinesіне қарағанда неше сағат бұрын барған?

1322. Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар.

Асан мен Үсен екеуінің барлығы 570 теңге ақшасы бар еді. Асан өзіндегі ақшаның $\frac{1}{4}$ -іне альбом сатып алды. Үсен өзіндегі ақшаның $\frac{1}{6}$ -іне кітап сатып алды. Сонда балалардың әрқайсысында қалған ақшалары (теңге есебімен) бірдей болды. Алғашқыда Асанда қанша ақша болды?

1323. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{x+1}{2} = \frac{2x-3}{5} + 2;$$

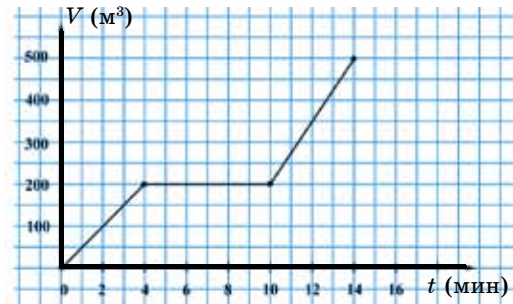
$$3) \frac{5x+8}{9} + x = \frac{7x+10}{6};$$

$$2) \frac{11 - 3x}{4} = \frac{x + 13}{6} - x;$$

$$4) \frac{2 \cdot (2 - 3x)}{5} + 1 = \frac{3 - 4x}{3}.$$

C

1324. 9.14-суретте хауызды сумен толтырғанда ондағы су көлемінің V (м^3) насосың жұмыс істеу уақытына t (мин) тәуелділігін көрсететін графигі сызылған. График бойынша мына сұрақтарға жауап беріңдер:



9.14-сурет

1) Насос алғашқы және соңғы жұмыс аралықтарында неше минут тоқтады?

2) Насос тоқтағанға дейін әрбір 1 минутта хауызға қанша (м^3) су құйылды?

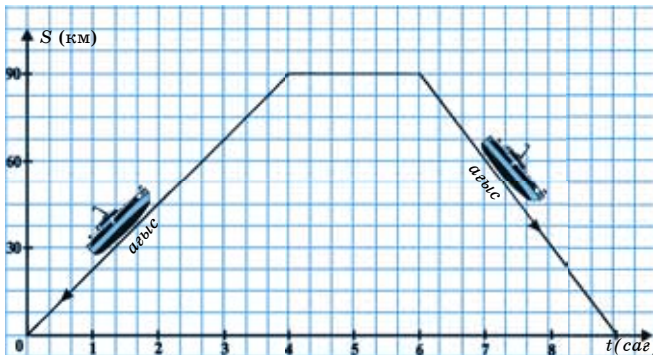
3) Насос жұмысқа қайта қосылған соң әрбір 1 минутта хауызға қанша (м^3) су құйылды?

1325. Қаладан елді мекенге қарай 60 км/сағ жылдамдықпен автомобиль шықты. Ол 1 сағ жүрген соң қаладан сол бағытта елді мекенге қарай 90 км/сағ жылдамдықпен жеңіл мәшине шықты.

Бір координаталық жазықтықта автомобильдің қозғалыс графигін және жеңіл мәшиненің қозғалыс графигін салыңдар. (Дәптердің екі торкөзінің ұзындығын 30 км-ге сәйкестеп алыңдар.) График бойынша қаладан неше километр қашықтықта жеңіл мәшине автомобильмен кездесетінін табыңдар.

1326. 9.15-суретте катердің A айлағынан B айлағына барып қайту графигі кескінделген.

График бойынша мына сұрақтарға жауап беріңдер:



9.15-сурет

- 1) A және B айлақтарының арақашықтығы неше километр?
- 2) Катердің ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығы сағатына неше километр?
- 3) Катердің ағыспен жүзгендегі жылдамдығы сағатына неше километр?
- 4) Катердің меншікті жылдамдығы қандай?
- 5) Ағыс жылдамдығы қандай?

1327*. Есепті тиімді тәсілмен шығарыңдар.

Тізбедегі шарлар көк, сары және қызыл түсті. Ондағы көк түсті шарлар барлық шарлардың $\frac{3}{4}$ -інен 9 шар кем. Тізбедегі қалған шарлардың $\frac{1}{2}$ -і және 3 шар сары түсті. Одан қалған 5 шар қызыл түсті.

- Тізбеде барлығы неше шар бар?
- Тізбедегі көк түсті шарлар нешеу?

▲ **1317.** 1) 6,6; 2) 6; 3) -2 ; 4) 5. **1319.** 3) 45 км/сағ
1322. Асаңда 300 тг болды. **1323.** 1) 9; 2) -7 ; 3) 2; 4) -6 .
1324. 2) 50 м³; 3) 75 м³. **1326.** 4) 26,25 км/сағ; 5) 3,75 км/сағ.
1327. ● Тізбеде 28 шар бар. ● Көк шар 12.

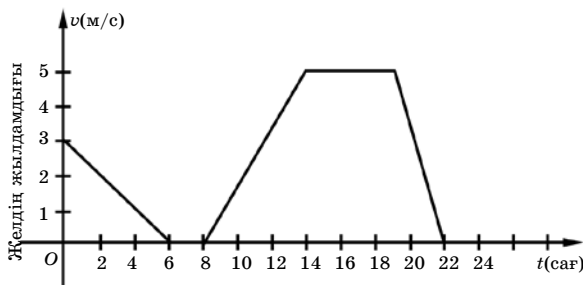
9.4. Нақты процестердің графиктерін пайдаланып, шамалар арасындағы тәуелділіктерді зерттеу

Өндірісте, техникада, ғылымдық жұмыстарда нақты процестердің графиктерін пайдаланып, ондағы шамалар арасындағы тәуелділіктерді зерттеу қажеттігі орын алады.

Берілген шамалар арасындағы тәуелділіктерді график бойынша зерттей отырып, қандай өзгерістердің орын алып отырғанын бақылауға болады.

1-мысал. 9.16-суретте 21 наурыз күні соққан желдің жылдамдығының тәулік бойындағы өзгеріс графигі кескінделген.

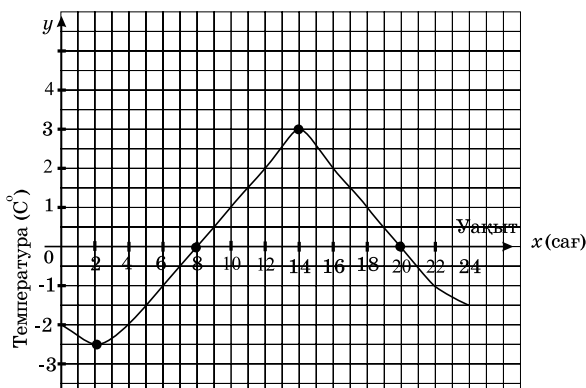
Графиктен мынаны анықтауға болады:



9.16-сурет

- 1) Желдің ең үлкен жылдамдығы 5 м/с;
- 2) Сағат 14-тен 20-ға дейін желдің жылдамдығы 5 м/с болды;
- 3) Сағат 6-дан 8-ге дейін және 22-ден 24-ке дейін желсіз болды.

2-мысал. 9.17-суретте ауа температурасының тәулік ішіндегі өзгеріс графигі берілген.



9.17-сурет

Графиктен бақылауға болады:

- 1) сағат 8-де және 20-да ауаның температурасы 0° болды;
- 2) тәулік бойы тіркелген ең жоғарғы температура 3°С, ең төменгі температура -2,5°С болған;
- 3) сағат 2-ден 14-ке дейін ауаның температурасы жоғарыласа, сағат 0-ден 2-ге дейін және сағат 14-тен 24-ке дейін ауаның температурасы төмендеген;
- 4) сағат 8-ден 20-ға дейін температураның мәні оң санмен (жылы) өрнектелсе, 0 сағаттан 8-ге дейін және сағат 20-дан 24-ке дейін температураның мәні теріс санмен (суық) өрнектелген.

Графикті пайдаланып, тәулік ішіндегі ең жоғарғы температура, ең төменгі температура, температуралардың оң мәндері, теріс мәндері анықталды.



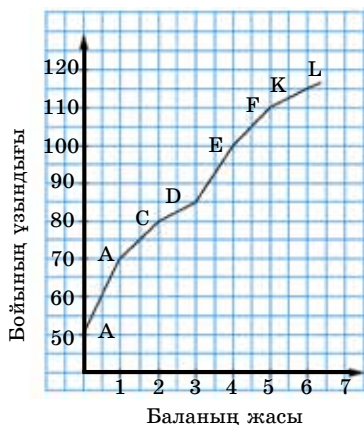
1. Тік бұрышты координаталар жүйесінде бір-біріне тәуелді шамалардың арасындағы байланыс қалай кескінделеді?
2. Қозғалыс графигінде абсциссалар осіне қандай шама, ординалар осіне қандай шама салынады?
3. График арқылы шамалардың өзгерістерін бақылауға мысал келтіріңдер.

1328. Ауызша есептеңдер:

- 1) $(-2)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$;
- 2) $(-3)^2 \cdot \frac{1}{6}$;
- 3) $(-3)^3 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$;
- 4) $(-5)^2 \cdot \frac{2}{5}$;
- 5) $(-2)^4 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$;
- 6) $(-6)^2 \cdot \frac{4}{9}$.

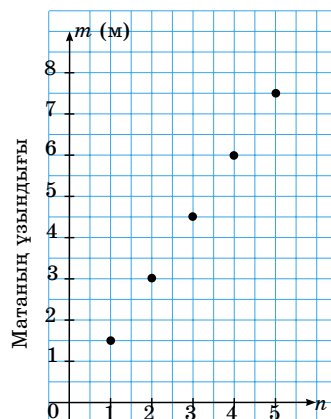
A

1329. 9.18-суретте баланың жасының өсуіне байланысты оның бойының өсу графигі берілген.



Баланың жасы

9.18-сурет



9.19-сурет

График бойынша сұрақтарға жауап беріңдер:

- 1) $D(3; 85)$. D нүктесінің координаталарының әрқайсысының мағынасы қандай?
- 2) Баланың бойы 70 см. Ол неше жаста?

- 1330.** 9.19-суретте балалар көйлегін тігуге жұмсалған мата ұзындығының (m) көйлек санына (n) тәуелділік графигі берілген. Графиктен анықтаңдар:
- 1) Барлығы неше балалар көйлегі тігілген?
 - 2) Көйлек тігуге неше метр мата жұмсалған?
 - 3) Бір көйлек неше метр матадан тігілген?

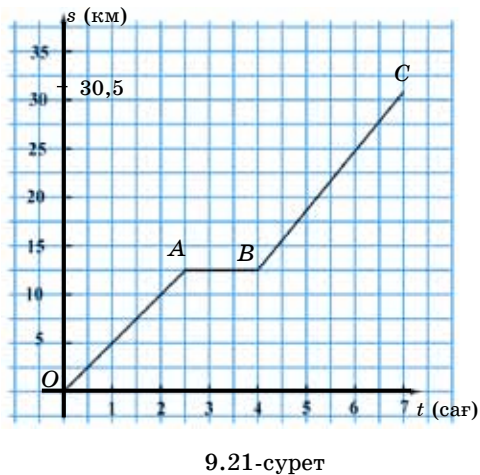
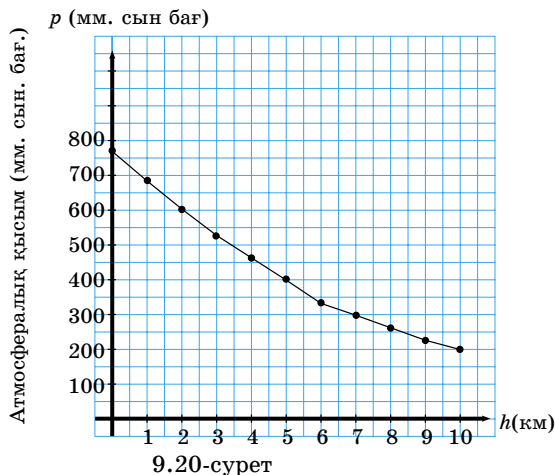
- 1331.** Ыдыстағы қыздырылған судың $t^{\circ}\text{C}$ температурасының оны қыздыру t (мин) уақытына тәуелділігі 13-кестемен берілген.

13-кесте

| | | | | | | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| t (мин) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $t^{\circ}\text{C}$ | 18 | 45 | 62 | 75 | 84 | 92 | 97 | 99 | 100 |

Кестені пайдаланып, қыздырылған судың $t^{\circ}\text{C}$ температурасының оны қыздыру t (мин) уақытына тәуелділігінің графигін салыңдар. График бойынша мына сұрақтарға жауап беріңдер:

- 1) Алғашқы 3 минутта судың температурасы неше градусқа өзгерді?
 - 2) Неше минут қыздырған соң судың температурасы 100°C болды?
- 1332.** 9.20-суретте кескінделген графикте атмосфералық қысымның (p мм. сын. бағ.) сол атмосфералық қысым анықталатын жердің Әлем мұхиты деңгейінен биіктігіне (h) тәуелділік графигі берілген. Графикті пайдаланып анықтаңдар:



- 1) Хан Тәңірі шыңының биіктігі 6995 м \approx 7000 м. Хан Тәңірі шыңының ең жоғарғы нүктесіндегі атмосфералық қысым неше миллиметр сынап бағанасына тең?
- 2) Талғар шыңының биіктігі 4973 м \approx 5000 м. Талғар шыңының ең жоғарғы нүктесіндегі атмосфералық қысым неше миллиметр сынап бағанасына тең?

1333. Пропорциядағы x -ті табыңдар:

$$1) \frac{2}{3} = \frac{x+1}{7,5}; \quad 2) \frac{2}{9} = \frac{7}{4x+3,5}; \quad 3) \frac{7x+3}{18} = \frac{3}{4}.$$

B

1334. 9.21-суретте саяхатшының 7 сағат уақытта жүрген жолының графигі кескінделген.

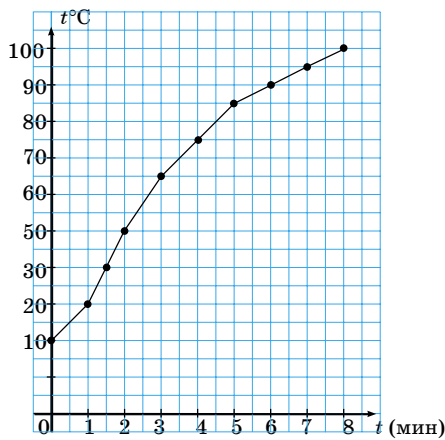
- 1) Саяхатшы неше сағат дем алды?
- 2) Саяхатшы дем алғанға дейін қандай жылдамдықпен жүрді?
- 3) Саяхатшы дем алғаннан кейін қандай жылдамдықпен жүрді?
- 4) Жолдың әрбір бөлігі үшін жеке-жеке, саяхатшының жүрген жолының уақытқа тәуелділігін көрсететін формуланы жазыңдар.

1335. 9.22-суретте суды қыздырғанда қыздыру уақытының өзгеруіне сәйкес судың температурасының өзгеру графигі берілген.

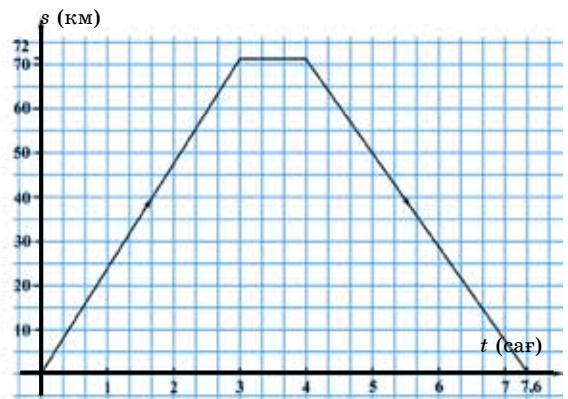
График бойынша сұрақтарға жауап беріңдер:

- 1) Ыдыстағы судың алғашқы температурасы неше градус?
- 2) Ыдыстағы су неше минут қыздырған соң қайнаған?





9.22-сурет



9.23-сурет

3) Ыдыстағы суды 3 мин қыздырғанда оның температурасы алғашқы температурасына қарағанда неше градусқа көтерілген?

1336. 9.23-суретте катердің өзенмен жүзіп, барлығы 7,6 сағатта *A* пунктiнен *B* пунктiне барып, 1 сағат демалған соң *B* пунктiнен *A* пунктiне қайтқан қозғалысының графигі кескінделген.

Графикті пайдаланып:

- 1) Катердің ағыспен жылдамдығын табыңдар.
- 2) Катердің ағысқа қарсы жылдамдығын табыңдар.
- 3) Өзен ағысының жылдамдығын табыңдар.

1337. Асқардың сары және жасыл жейделері, көк және қара шалбарлары, сұр, қоңыр және ақ туфлилері бар. Асқар барлық жейделерін, шалбарларын және туфлилерін ауыстырып кигенде неше түрлі болып киіне алады?

1338. Бөлшектердің алымы мен бөлімін натурал санға келтіріп алып, есептеңдер:

$$1) \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}};$$

$$2) \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{7}{8} - \frac{2}{3} - \frac{1}{12}};$$

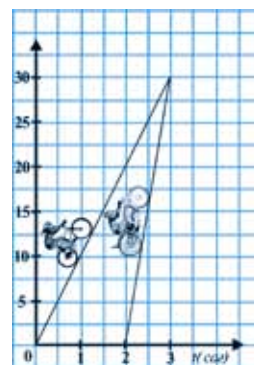
$$3) \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{1}{18}}.$$

С

1339. *A* пунктiнен велосипедші шығып, ол 2 сағат жүрген соң, сол *A* пунктiнен мотоциклші шықты. Мотоциклші 1 сағ жүрген соң велосипедшіні қуып жетті (9.24-сурет).

График бойынша:

- 1) велосипедшінің жылдамдығын табыңдар;
- 2) мотоциклшінің жылдамдығын табыңдар;
- 3) олар A пунктiнен қандай қашықтықта бір-бірімен кездескенін анықтаңдар;
- 4) велосипедшінің, мотоциклшінің әрқайсысы үшін жүрілген жолдың уақытқа тәуелділік формуласын жазыңдар.

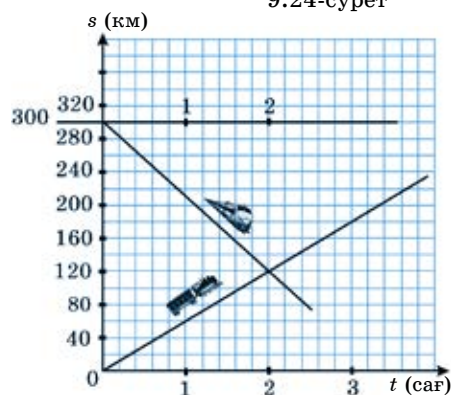


9.24-сурет

- 1340.** 9.25-суретте арақашықтығы 300 км екі қаладан бір уақытта бір-біріне қарама-қарсы шыққан жүрдек пойыздың және жүк пойызының кездескенге дейінгі қозғалыс графиктері берілген.

Графиктен мыналарды анықтаңдар:

- 1) Пойыздар неше сағат жүрген соң кездеседі?
- 2) Жүрдек пойыздың жылдамдығы қандай?
- 3) Жүк пойызының жылдамдығы қандай?
- 4) Бір-біріне қарама-қарсы қозғалған жүк пойызымен жүрдек пойыздың арақашықтығының (d) қозғалыс уақытына (t) тәуелділік формуласын жазыңдар.



9.25-сурет

- 1341.** Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{\frac{4}{2} - x}{7 + 2} = 6; \quad 2) \frac{\frac{x-5}{3} - \frac{x-7}{4}}{\frac{x+5}{6} - \frac{x+7}{3}} = -\frac{3}{4}.$$

▲ **1333.** 1) 1,5. **1335.** 3) 55°C. **1336.** 3) 2 км/сағ.

1337. 12 нұсқада киіне алады. **1338.** 1) 19; 2) 10; 3) 1,5.

1341. 1) 0,25; 2) -25.

9.5. Тура пропорционалдық және оның графигі

I. Тура пропорционалдық.

Өртүрлі шамалар мәндерінің өзгерістерін бақылағанда қайсыбір шаманың мәні неше есе өссе (кемісе), екінші шаманың оған сәйкес мәні сонша есе өседі (кемиді).

1-мысал. Пойыздың 70 км/сағ тұрақты жылдамдықпен t сағат жүрген жолы (s) мына түрдегі формуламен есептеледі:

$$s=70t, \text{ мұндағы } t>0.$$

Демек, пойыз тұрақты жылдамдықпен жүргенде оның жүрген жолы (s) қозғалыс уақытына (t) тура пропорционал.

2-мысал. Бағасы 35 теңге болатын n дәптердің құны

$$C=35n, \text{ мұндағы } n \in N,$$

түріндегі формуламен есептеледі.

Бірдей бағамен сатып алынған дәптердің құны (C) оның санына (n) тура пропорционал.

3-мысал. Квадраттың периметрі (P) оның қабырғасының ұзындығына (a) тәуелділігі

$$P=4a, \text{ мұндағы } a>0,$$

түрдегі формуламен есептеледі.

Квадраттың периметрі (P) оның қабырғасының ұзындығына (a) тура пропорционал.

Мысалдардағы тура пропорционалдықты $y=kx$ формуласымен беруге болады. Мұндағы x – тәуелсіз айнымалы шама мәні;

y – оған сәйкес тәуелді айнымалы шама;

k – нөлден өзге сан.

$y=kx$ формуласымен берілетін x және y шамалары арасындағы тәуелділік тура пропорционалдық деп аталады. k – пропорционалдық коэффициенті, $k \neq 0$.

Егер $y_1=kx_1$ және $y_2=kx_2$ болса, онда

$$\frac{y_1}{x_1} = k; \quad \frac{y_2}{x_2} = k; \quad \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}.$$

Мұндағы y_1 , x_1 , y_2 , x_2 шамаларының қатынастары пропорция құрады.

$y=kx$ формуласындағы x -тің әрбір рационал сан мәніне y -тің бір ғана мәні сәйкес келеді.

$y=kx$ тура пропорционалдықтың анықталу аймағы – барлық рационал сандар жиыны.

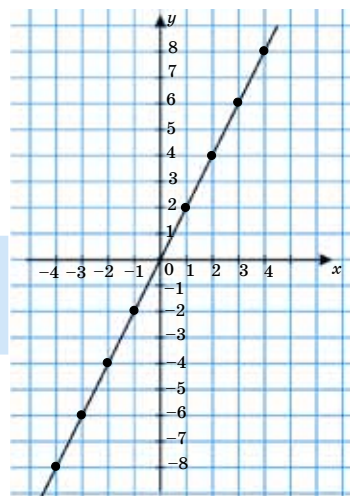
II. Тура пропорционалдықтың графигі.

$y=2x$ формуласымен берілген тура пропорционалдықтың графигін салайық. Ол үшін x пен y -тің сәйкес мәндерінің қадамы 1-ге тең кестесі құрылады.

| | | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|---|---|---|---|---|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $y=2x$ | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |

Координаталық жазықтықта координаталары кестеде көрсетілген нүктелерді белгілейміз (9.26-сурет).

Белгіленген нүктелерді қоссақ, $O(0; 0)$ координаталар басынан өтетін түзу сызылады. Бұл түзу – $y=2x$ тура пропорционалдығының графигі. **Қорытынды.**



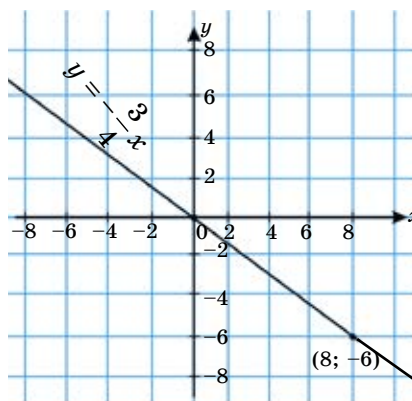
9.26-сурет

$y=kx$ формуласымен берілген тура пропорционалдықтың графигі – координаталар басынан өтетін түзу.

Тура пропорционалдықтың графигі түзу болғандықтан, түзуді салу үшін екі нүктенің координаталарын тапса, жеткілікті. Нүктелердің бірі ретінде координаталар басын – $O(0; 0)$ нүктесін алу тиімді.

Мысалы, $y = -\frac{3}{4}x$ тура пропорционалдығының графигін салайық.

1. Ол үшін координаталар басы болатын $O(0; 0)$ нүктесінен өзге координаталары $y = -\frac{3}{4}x$ формуласын тура теңдікте айналдыратын қандай да бір нүктені алу керек (9.27-сурет).



9.27-сурет

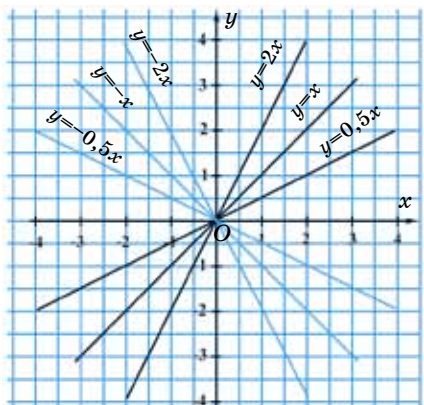
Егер $x=8$ болса, онда $y = -\frac{3}{4} \cdot 8 = -6$.

2. Координаталық жазықтықта координаталары $(8; -6)$ болатын нүктені белгілейміз.

3. Координаталар басы $O(0; 0)$ нүктесі және $(8; -6)$ нүктесі арқылы түзу жүргіземіз.

$y=kx$ тура пропорционалдығының графигінің координаталық жазықтықта орналасуы k коэффициентінің мәніне байланысты.

9.28-суретте пропорционалдық коэффициент k -ның әртүрлі мәндеріндегі тура пропорционалдық графигінің орналасуы берілген.



9.28-сурет

$y=kx$ тура пропорционалдығының графигі: егер $k>0$ болса, I және III координаталық ширектерде, егер $k<0$ болса, II және IV координаталық ширектерде орналасады.

$y=kx$ тура пропорционалдығының графигі болатын түзу жоғарғы жарты жазықтықта Ox осінің оң бағытымен: егер $k>0$ болса, сүйір бұрыш жасайды, егер $k<0$ болса, доғал бұрыш жасайды. k -ны түзудің бұрыштық коэффициенті деп атайды.



1. Қандай жағдайда x және y екі шаманың арасындағы тәуелділік тура пропорционалдық деп аталады?
2. $y=kx$ тура пропорционалдығының графигі қандай сызық болады?
3. Тура пропорционалдың графигін салу үшін координаталық жазықтықта кем дегенде неше нүктені белгілеу керек?

1342. k неге тең (ауызша):

- | | | |
|--------------------------|---------------|---------------|
| 1) $y=1,6x$; | 4) $y=-x$; | 7) $y=9x$; |
| 2) $y=-3,5x$; | 5) $y=x$; | 8) $y=-10x$? |
| 3) $y = -\frac{3}{4}x$; | 6) $y=0,3x$; | |

A

1343. Шамалар арасындағы тәуелділіктердің қайсысы тура пропорционалдық:

- 1) Станоктар саны мен берілген уақытта онда дайындалған бөлшектер саны;
- 2) Тік төртбұрыштың ені тұрақты болғандағы оның ауданының ұзындығына тәуелділігі;
- 3) Кубтың көлемінің оның қырының ұзындығына тәуелділігі;
- 4) Судың массасының оның көлеміне тәуелділігі;
- 5) Баланың бойының оның жасына тәуелділігі;
- 6) Дөңгелектің ауданының оның радиусына тәуелділігі?

1344. Формуламен берілген тура пропорционалдың графигін салыңдар:

- | | | | |
|-------------|--|----------------|--|
| 1) $y=2x$; | $\begin{array}{c c c} x & 0 & 2 \\ \hline y & & \end{array}$ | 4) $y=-2,5x$; | $\begin{array}{c c c} x & 0 & 2 \\ \hline y & & \end{array}$ |
|-------------|--|----------------|--|

$$2) y = -x; \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & & \end{array} \quad 5) y = -4x; \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & & \end{array}$$

$$3) y = -\frac{1}{3}x; \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 3 \\ \hline y & & \end{array} \quad 6) y = \frac{3}{4}x. \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 4 \\ \hline y & & \end{array}$$

1345. Тура пропорционалдықты формуламен жазыңдар:

1) Тік бұрышты параллелепипедтің табан ауданы (S) тұрақты болғанда, оның көлемі (V) биіктігіне (c) тура пропорционал. Мұндағы $S = 25 \text{ дм}^2$.

2) Шеңбердің ұзындығы (C см) оның радиусына (R см) тура пропорционал. Мұндағы $R = 0,5$ см.

1346. Тура пропорционалдык кестемен берілген:

15-кесте

16-кесте

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|----|---|---|
| x | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 |
| y | | | | 0 | -4 | | |

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -9 | -6 | -3 | 0 | 3 | 6 | 9 |
| y | | -3 | | 0 | | | |

- 1) Пропорционалдык коэффициент неге тең?
- 2) Кестені толтырыңдар;
- 3) Тура пропорционалдықты формуламен жазыңдар.

1347. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{6}{3+|x|} = 1,5; \quad 2) \frac{12}{1+|x|} = 3; \quad 3) \frac{28}{3+|x|} = 4; \quad 4) \frac{56}{10-|x|} = 7.$$

B

1348. Мына формуламен берілген функциялардан тура пропорционалдықты теріп жазыңдар:

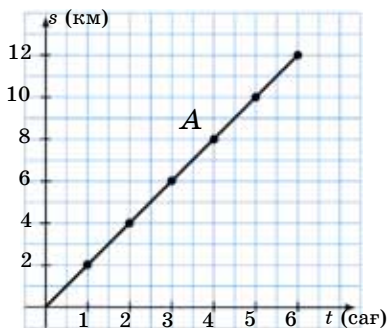
$$1) y = -12x; \quad 3) y = -3x; \quad 5) y = \frac{9}{x}; \quad 7) y = 15x;$$

$$2) y = -\frac{7}{2x}; \quad 4) y = 0,8x; \quad 6) y = -\frac{2}{5}x; \quad 8) \frac{5}{x+3}.$$

1349. Мына формуламен берілген тура пропорционалдықтың графигін салыңдар:

$$1) y = 1,4x; \quad 3) y = 1,5x; \quad 5) y = -\frac{1}{5}x; \quad 7) y = 0,8x;$$

$$2) y = 3x; \quad 4) y = 3,5x; \quad 6) y = -\frac{1}{4}x; \quad 8) y = -\frac{5}{6}x.$$



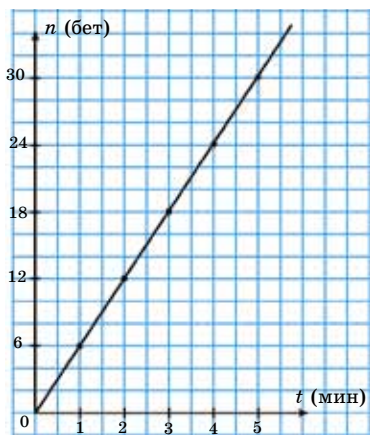
9.29-сурет

1350 9.29-суретте салдың өзенде жүзу жолының (s) уақытқа (t) тура пропорционалдығының графигі кескінделген.

1) Графиктен салдың жүзу жылдамдығын табыңдар.

2) График түзу ме немесе кесінді ме, немесе сәуле ме? Не себепті?

3) Графикпен кескінделген тура пропорционалдықтың формуласын жазыңдар.



9.30-сурет

1351. 9.30-суретте принтерден шығарылған бет санының (n) оның жұмыс уақытына (t) тура пропорционалдығының графигі берілген.

1) Принтер 18 бетті неше минутта шығарады?

2) Графиктен пропорционалдық коэффициентті анықтаңдар.

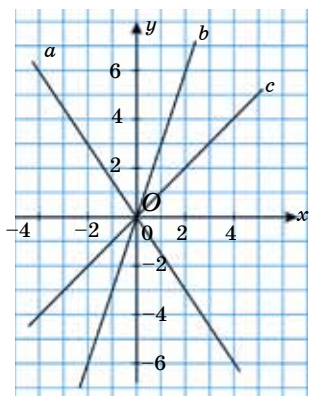
3) Принтерден шығарылған бет санының (n), оның жұмыс уақытына (t) тура пропорционалдық формуласын жазыңдар.

1352. 1) $A(2; 5)$; 2) $A(-2; 4)$; 3) $A(3; -2)$:

а) A нүктесі арқылы өтетін $y=kx$ тура пропорционалдығының графигін салыңдар;

ә) графиктен түзулердің әрқайсысы үшін k -ның мәнін табыңдар;

б) түзулердің әрқайсысы үшін $y=kx$ тура пропорционалдығының формуласын жазыңдар.



9.31-сурет

1353. 9.31-суреттегі a , b , c түзулері – тура пропорционалдықтың графигтері.

Графиктердің әрқайсысы үшін:

1) пропорционалдық коэффициентті есептеп табыңдар;

2) тура пропорционалдықтың формуласын жазыңдар.

С

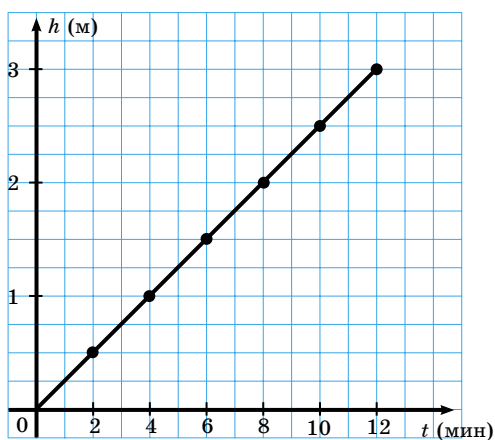
1354. Біреуі A нүктесі арқылы, екінші B нүктесі арқылы өтетін тура пропорционалдықтардың екі графигін бір координаталық жазықтықта салыңдар.

- 1) Тура пропорционалдық формуласын жазыңдар;
 - 2) Графиктердің өзара орналасуларын талдап түсіндіріңдер.
- а) $A(-2; 3)$, $B(2; 3)$; ә) $A(4; 3)$, $B(4; -3)$.

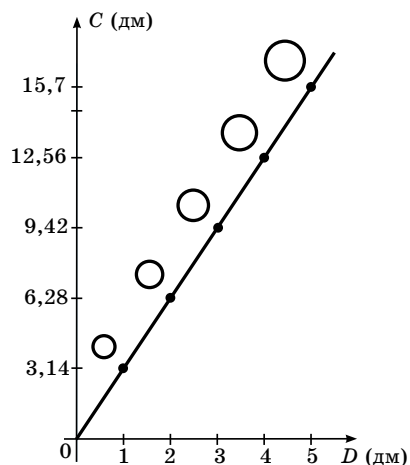
1355. Қабырға сағатының маятнигі 15 минутта 900 рет тербеледі. Қабырға сағаты маятнигі тербеліс санының (n) уақытқа (t) тура пропорционалдығының формуласын жазыңдар.

1356. 9.32-суретте ағаш бағана бойымен ұлудың қозғалыс графигі кескінделген. Ұлу 12 минутта ағаш бағананың төбесіне жетеді. График бойынша мына сұрақтарға жауап беріңдер:

1. Ағаш бағананың биіктігі неше метр?
2. 8 минутта ұлу ағаш бағана бойымен неше метрге жылжыды?



9.32-сурет



9.33-сурет

3. Пропорционалдық коэффициенті неге тең?
4. Ұлудың ағаш бағана бойымен жылжу биіктігінің (h) оның қозғалыс уақытына (t) тура пропорционалдығын формуламен жазыңдар.

1357. 9.33-суретте шеңбердің ұзындығының (C) оның диаметріне (D) тура пропорционалдығының графигі берілген.

Графиктен:

- 1) $D = 2$ дм-ге болғанда шеңбердің ұзындығы C -ның мәнін табыңдар.
- 2) $C = 12,56$ дм-ге болғанда D -ның мәні неге тең?
- 3) Пропорционалдық коэффициент неге тең екенін табыңдар.

Шеңбердің ұзындығының (C) оның диаметріне (D) тура пропорционалдығының формуласын жазыңдар.

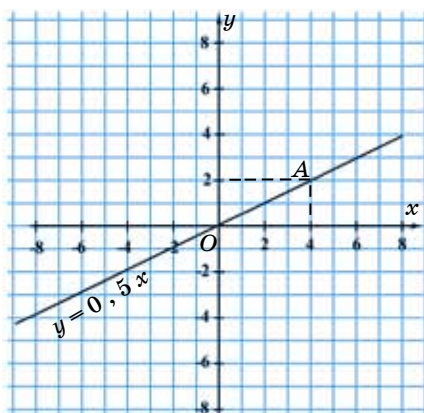
1358*. Есепті тиімді тәсілмен шығарыңдар.

Үш бала бақтан терген алмаларын бөліп алды. Бірінші бала барлық алманың 25%-ін және 5 алманы алды. Екінші бала қалғанының 60%-ін және 2 алманы алғанда, үшінші балада 20 алма қалды. Балалар бақтан барлығы неше алма терді?

Тақырыптың түйіні.

Тура пропорционалдық және оның графигі.

$y=kx$ формуласымен берілген x және y шамаларының тәуелділігі тура пропорционалдық деп аталады. Мұндағы k — нөлге тең емес сан.



9.34-сурет

k — пропорционалдық коэффициенті.

Тура пропорционалдықтың графигі координаталар басы $O(0; 0)$ нүктесі арқылы өтеді.

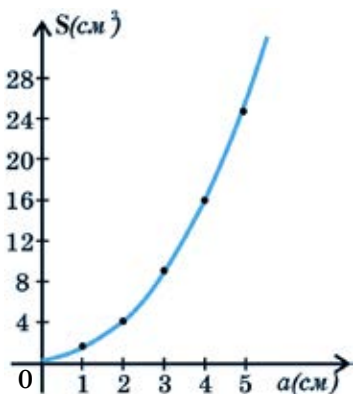
9.34-суретте $A(4; 2)$ нүктесі және координаталар басы $O(0; 0)$ нүктесі арқылы өтетін $y=0,5x$ тура пропорционалдығының графигі берілген. Мұндағы

$$k = \frac{y}{x}; \quad k = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

- ▲ **1347.** 1) $-1; 1; 3$; 4) $-2; 2$. **1350.** 1) 2 км/сағ. **1353.** 2) $y = -1,5x$; $y = 3x$; $y = x$. **1355.** 2) $n = 60t$. **1358.** Барлығы 80 алма.

IX ТАРАУДЫ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

А



9.35-сурет

1359. 9.35-суретте квадраттың ауданының оның қабырғасының ұзындығына тәуелділігінің графигі көрсетілген.

График бойынша:

- 1) қабырғасы 2 см квадраттың ауданын табыңдар;
- 2) ауданы 16 см² квадраттың қабырғасын табыңдар.

Тәуелділікті формуламен жазыңдар.

1360. Ауа температурасының 1 тәулік ішіндегі өзгерісі 17-кестемен берілген:

| | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Уақыт (сағ) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 |
| Температура (°C) | -2 | -3 | -4 | -3 | -2 | 3 | 6 | 7 | 7 | 5 | 3 | 1 | -2 |

1) Сағат 2-де; 8-де; 14-те және 24-те ауаның температурасы қандай болған?

2) Сағат нешеде ауаның температурасы -4°C ; -3°C ; 5°C ; 1°C болды?

3) Тәулік ішіндегі ең жоғарғы температура неше градус? Ең төменгі температура неше градус?

1361. $y=kx$ тура пропорционалдығының графигі A нүктесі арқылы өтеді.

Егер 1) $A(2; 3)$; 2) $A(3; 9)$; $A(5; 8)$ болса, k пропорционалдық коэффициентінің мәнін табыңдар.

1362. $y = \frac{2}{3}x$ тура пропорционалдығының графигін салыңдар.

Графиктен мынаны табыңдар:

1) x -тің 3-ке; 6-ға; 9-ға тең мәндеріндегі y -тің мәнін;

2) x -тің қандай мәнінде y 2-ге; 0-ге; 4-ке тең?

1363. $A(5; 4)$; $B(2; 5)$; $C(-5; -4)$ $D(9; 3)$ нүктелерінің қайсылары $y=0,8x$ формуласымен берілген тура пропорционалдың графигіне тиісті?

1364. 3 құбырдан 3 минут уақытта 3 т су ағады. 5 құбырдан 10 т су неше минутта ағады?

A. 4 минутта; **B.** 5 минутта; **C.** 6 минутта; **D.** 8 минутта.



$3x+2y-8=0$ теңдеуінде x және y екі айнымалы (белгісіз) бар. Мұндай теңдеуді шешу үшін:

1) y -і бар мүшені теңдіктің сол жағында қалдырып, басқа мүшелерін қарама-қарсы таңбамен теңдіктің оң жағына шығару керек: $2y=-3x+8$;

2) теңдеудің екі жақ бөлігін де y -тің коэффициентіне бөліп, y -ті x арқылы өрнектеу керек: $y=-1,5x+4$;

3) x -ке қандай да бір мән беріп, оған сәйкес y -тің мәнін есептеп табу керек. Мысалы, егер:

$x=1$ болса, $y=2,5$;

$x=2$ болса, $y=1$;

$x=3$ болса, $y=-0,5$ және т.б.

$3x+2y-8=0$ теңдеуінің шешімдері: $x=1$ мен $y=2,5$; $x=2$ мен $y=1$; $x=3$ пен

$y=-0,5$ т. б. сандар жұптары.

$2x+y-3=0$ теңдеуінің шешімдерін табыңдар.

X тарау. ЕКІ АЙНЫМАЛЫСЫ БАР СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕЛЕРІ

10.1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу

Мысалы, екі санның қосындысы, олардың айырмасынан 3 есе артық болсын. Берілген шарт бойынша теңдеу құрайық:

x – бірінші сан,

y – екінші сан

болсын, сонда $x+y=3(x-y)$. Жақшаны ашып, ықшамдап, $-2x+4y=0$ теңдеуін аламыз.

Мұндай теңдеуді *екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу* деп атайды.

Мысалы, $3x+2y+6=0$; $7x-4y-8=0$; $-x+2y-4=0$ теңдеулері – екі айнымалысы (немесе екі белгісізі) бар сызықтық теңдеулер. Бұл теңдеулер жалпы түрде $ax+by+c=0$ түрінде жазылады.

$ax+by+c=0$ түріндегі теңдеулер екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер деп аталады. Мұндағы x пен y – айнымалылар, ал a , b және c – қандай да бір сандар.

Сызықтық теңдеудегі айнымалылардың алдындағы a мен b көбейткіштері *коэффициенттер* деп, ал c *бос мүше* деп аталады.

Шешімдері бірдей болатын екі айнымалысы бар теңдеулер *мәндес теңдеулер* деп аталады. Шешімдері болмайтын екі айнымалысы бар теңдеулер де мәндес теңдеулерге жатады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің мынадай қасиеттері бар.

1-қасиет.

Теңдеудегі қосылғыштың таңбасын қарама-қарсы таңбаға өзгертіп, оны теңдеудің бір жағынан екінші жағына көшіргенде берілген теңдеу мәндес теңдеуге түрленеді.

2-қасиет.

Теңдеудің екі жағын да нөлден өзге бір санға көбейтсек немесе бөлсек, берілген теңдеу мәндес теңдеуге түрленеді.

Мысалы, $6x+5y-10=0$ теңдеуін шешуді қарастырайық.

Теңдеудің қасиеттерін пайдаланып, бір айнымалыны (y -ті) екінші айнымалы (x) арқылы өрнектейміз:

$$5y = -6x + 10;$$

$$y = -1,2x + 2.$$

Мұндағы $y = -1,2x + 2$ теңдеуі $6x + 5y - 10 = 0$ теңдеуімен мәндес.

$y = -1,2x + 2$ теңдеуінің шешімдерін табу үшін x -ке кез келген мән беріп, оған сәйкес y -тің мәнін табу керек.

Егер $x=1$ болса, $y=0,8$;

$x=2$ болса, $y=-0,4$;

$x=3$ болса, $y=-1,6$.

Демек, айнымалылардың

$$x=1; y=0,8;$$

$$x=2; y=-0,4;$$

$$x=3; y=-1,6$$

мәндер жұптары осы теңдеудің шешімі болады.

**$ax + by + c = 0$ теңдеуін тура теңдікке
айналдыратын айнымалылардың мәндерінің жұбы осы
теңдеудің шешімі деп аталады.**

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешіміндегі айнымалылардың мәндер жұбын жақшаға алып жазу келісілген.

Жақша ішіне бірінші орынға x -тің мәні, екінші орынға y -тің мәні жазылады.

Мысалы, $6x+5y-10=0$ теңдеуінің шешімдері болатын сандар жұбы мына түрде жазылады: $(1; 0,8)$, $(2; -0,4)$, $(3; -1,6)$ және т.б. $y=-1,2x+2$ теңдеуі бойынша $6x+5y=10$ теңдеуінің шектеусіз көп шешімдерін табуға болады.

Есеп. Оқушылар шырпы таяқшаларынан үшбұрыштар және квадраттар құрастырулары керек. Оқушылардың әрқайсысына 30 шырпы таяқшасы таратылып берілді. Әрбір оқушы осы шырпы таяқшаларының барлығын пайдаланғанда неше үшбұрыш және неше квадрат құрастырады?

Шешуі. y – үшбұрыштар саны, ал x – квадраттар саны. Есептің шарты бойынша $3y+4x-30=0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу, y -ті x арқылы өрнектейік: $3y=30-4x$,

$$y = 10 - \frac{4}{3}x.$$

Егер $x=3$ болса, $y=6$. Егер $x=6$ болса, $y=2$.

Есептің өзге шешімдері жоқ.

Жауабы: әрбір оқушы 3 квадрат және 6 үшбұрыш немесе 6 квадрат және 2 үшбұрыш құрастырады.



1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуге анықтама беріңдер.
2. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулердің қасиеттерін айтыңдар.
3. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімі дегеніміз не?

1365. Мына теңдеулердің қайсысы екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу (а у ы з ш а):

1) $0,5x+2y-8=0$;

3) $x-y-4=0$;

5) $xy+2x-8=0$;

2) $xy=12$;

4) $x^2+y^2=13$;

6) $3x-5y-14=0$?

A

- 1366.** 1) $x=-1$ және $y=3$; $x=-8$ және $y=6$ мәндер жұптарының қайсысы $x+y-2=0$ теңдеуінің шешімі болады?
 2) $x=0,5$ және $y=3$; $x=-3$ және $y=2$ мәндер жұптарының қайсысы $2x+y-4=0$ теңдеуінің шешімі болады?
- 1367.** 1) (3; 0), (4; -2), (5; -2), (-1; 8) сандар жұптарының қайсылары $2x+y-6=0$ теңдеуінің шешімі болады?
 2) (2; 1), (-3; -11,5), (-1; 6), (3; 3,5) сандар жұптарының қайсылары $5x-2y-8=0$ теңдеуінің шешімі болады?
- 1368.** Теңдеудегі y айнымалысын x арқылы өрнектеп, теңдеудің кез келген екі шешімін табыңдар:
 1) $x+y-3=0$; 3) $-2x+y-7=0$; 5) $4x-y-3=0$;
 2) $x+4y+12=0$; 4) $x-3y-6=0$; 6) $-x+2y-5=0$.
- 1369.** Теңдеудегі x айнымалысын y арқылы өрнектеп, теңдеудің кез келген екі шешімін табыңдар:
 1) $x-5y-3=0$; 3) $4x-y-8=0$; 5) $5x+y-10=0$;
 2) $2x+7y-10=0$; 4) $x+3y+2=0$; 6) $-x+8y+3=0$.
- 1370.** Мына мәндер жұбы шешімі болатындай екі айнымалысы бар бір сызықтық теңдеу құрыңдар:
 1) $x=1$ және $y=4$; 3) $x=5$ және $y=2$;
 2) $x=-2$ және $y=3$; 4) $x=3$ және $y=-1$.
- 1371.** Теңдеудің шешімі болатын x пен y айнымалыларының мәндерінің үш бүтін сан жұбының кестесін құрастырыңдар:
 1) $y = 4 + 5x$; 2) $y = 3 + 2x$.
- 1372.** Сәкеннің 50 теңгелік және 100 теңгелік монеталардан 400 тг ақшасы бар. Сәкеннің неше 50 теңгелік және неше 100 теңгелік ақшасы болуы мүмкін? Есептің неше шешімі бар?
- 1373.** Мәдина әрқайсысы 7 тг-ден қарындаштар және әрқайсысы 35 тг-ден қаламсаптар сатып алды. Мәдина барлығына 210 тг ақша жұмсады. Мәдина неше қарындаш, неше қаламсап сатып алуы мүмкін?
- 1374.** 7-ге еселік, 13-ке еселік екі санның қосындысы 61-ге тең. 7-ге еселік санды табыңдар.

1375. Теңдеуді шешіңдер:

$$\begin{array}{lll} 1) |x| = 6; & 3) |4x| = 8; & 5) |x + 1| = 4; \\ 2) |-x| = 7; & 4) |5x| = 3; & 6) |x| + 3 = 7. \end{array}$$

В

1376. Төмендегі теңдеулерден шешімі $x=3$, $y=2$ болатындарын теріп жазыңдар:

$$\begin{array}{ll} 1) 6x - 2,5y - 13 = 0; & 3) \frac{1}{3}x + 3,5y - 8 = 0; \\ 2) 0,3x - 4y - 10,8 = 0; & 4) 0,6x - y + 0,2 = 0. \end{array}$$

1377. $5x + 2y = 60$ теңдеуінің шешімі болатын x пен y -тің мәндерінің бес жұбының кестесін құрастырыңдар.

1378. Теңдеудегі y айнымалысын x арқылы өрнектеп, теңдеудің қандай да бір екі шешімін табыңдар:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{3}{8}x + y - 3 = 0; & 3) \frac{5}{7}x + y - 1,5 = 0; & 5) 1,4x + y - 2 = 0; \\ 2) 2,5x + y - 4 = 0; & 4) 1,75x + y - 3 = 0; & 6) \frac{1}{3}x + y - 1 = 0. \end{array}$$

1379. 1) $7x + 2y - 14 = 0$ теңдеуінің шешімдері: $(1; y)$, $(2; y)$, $(0; y)$. y -ті табыңдар.

2) $5x + 4y - 15 = 0$ теңдеуінің шешімдері: $(x; 0)$, $(x; 5)$; $(x; -5)$. x -ті табыңдар.

1380. Квадрат пішінді гүлзар диагональдарына қатысты симметриялы 73 түп қызғалдақ гүлі отырғызылды. Квадраттың диагональдарының қиылысуында кем дегенде неше түп қызғалдақ гүлі отырғызылуы мүмкін?

1381. Дамирдің үйінің ауласында оның қояндары мен тауықтары жайылып жүрді. Қояндар мен тауықтардың барлығы аулаға кірген иттен қашып, ауладан шығып кетті. Дамир қояндардың әрқайсысын 2 мин қуса, тауықтардың әрқайсысын 3 мин қуып, барлығын 0,5 сағатта аулаға қайта кіргізді. Дамирде неше тауық, неше қоян бар? Есептің неше шешімі бар?

1382. 7-ге бөлгенде 1 қалдық қалатын, ал 8-ге бөлгенде 2 қалдық қалатын ең кіші натурал санды табыңдар.

1383. Амалдарды орындаңдар:

$$\frac{63,63 : 21 - 35,35 : 7 - \left(1\frac{1}{6} - 2\right) \cdot 6 + 1,02}{6 : \frac{3}{5} \cdot 3,8 + 3,2 : 1\frac{3}{5}}.$$

С

- 1384.** 1) $x=-3$ пен $y=4$ мәндер жұбы $ax+3y-6=0$ теңдеуінің;
 2) $x=0,5$ пен $y=2$ мәндер жұбы $ax + \frac{1}{8}y - 1=0$ теңдеуінің;
 3) $x=2$ мен $y=4,5$ мәндер жұбы $-ax-2y-11=0$ теңдеуінің шешімі болады. Теңдеудегі x -тің коэффициенті a -ның мәнін табыңдар.

- 1385.** 1) $x=2$ мен $y=1,5$ мәндер жұбы $\frac{5}{8}x - by + 4,75=0$ теңдеуінің;
 2) $x=0,3$ пен $y=2$ мәндер жұбы $6x+by-2,3=0$ теңдеуінің;
 3) $x = 1\frac{2}{3}$ мен $y=-2$ мәндер жұбы $3x-by-7=0$ теңдеуінің шешімі болады. Теңдеудегі y -тің коэффициенті b -ның мәнін табыңдар.

1386. Екі қаланың арасы 54 км. Велосипедші алғашқы сағаттарда 12 км/сағ жылдамдықпен жүрсе, келесі сағаттарда 10 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Велосипедші 12 км/сағ жылдамдықпен неше сағат жүрді? 10 км/сағ жылдамдықпен неше сағат жүрді?

1387. Дүкенге 5 литрлік және 7 литрлік бидондармен 106 л май әкелінді. Май неше 5 литрлік және неше 7 литрлік бидондармен әкелінді? Кестені толтырыңдар:

| | | | |
|--------------------|--|--|--|
| 5 литрлік бидондар | | | |
| 7 литрлік бидондар | | | |

1388*. Балалар бақшасына 3 700 теңгеге қонжықтар, қуыршақтар және доптар, барлығы 12 ойыншық сатып алынды. Қонжықтың бағасы 500 тг, қуыршақтың бағасы 300 тг, доптың бағасы 200 тг. Балалар бақшасына неше қонжық, неше қуыршақ және неше доп сатып алынды? Кестені толтырыңдар:

| | | | | |
|------------|---|---|---|---|
| Қонжықтар | 6 | | | 1 |
| Қуыршақтар | | 7 | | |
| Доптар | | | 5 | |

1389. Амалдарды орындаңдар:

$$1) 2 + \frac{3}{2 - 1\frac{1}{2}}; \quad 2) \frac{3 + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{\frac{3}{1} + \frac{1}{1}}}{7 - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{8}}}; \quad 3) 5 - \frac{1}{4 - \frac{1}{3 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}.$$

Тақырыптың түйіні.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу.

$ax+by+c=0$ (мұндағы x және y – айнымалылар, a, b, c – қандай да бір сандар) түріндегі теңдеу **екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу** деп аталады.

Мысалы, $2x-y-3=0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу. x және y – айнымалылар.

$$y=2x-3.$$

Егер $x=4$ болса, $y=5$; егер $x=6$ болса, $y=9$; егер $x=8$ болса, $y=13$ және т.с.с.

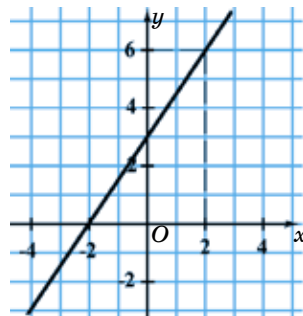
Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімі – осы теңдеуді тура санды теңдікке айналдыратын айнымалылардың мәндерінің жұбы.

$2x-y-3=0$ теңдеуінің шешімдері: (4;5); (6;9); (8;13);(10;17) және т.с.с.

- ▲ 1372. (2;3); (4;2); (6;1). 1273. (25;1); (20;2); (15;3); (10;4); (5;5).
 1379. 1) 3,5; 0;7; 2) 3;-1;7. 1381. 4 шешімі бар.
 1383. 0,1. 1384. 1) 2; 2) 1,5; 3) -10;
 1385. 1) 4; 2) 0,25; 3) 1. 1386. 2 сағ; 3 сағ.
 1389. 1) 8; 2) 0,5; 3) 4,72.



10.1-суретте $1,5x-y+3=0$ теңдеуі түрінде жазылған $ax+by+c=0$ теңдеуінің графигі берілген. Мұндағы a -ның, b -ның және c -ның мәнін табыңдар. Демек, $ax+by+c=0$ теңдеуінің графигі қандай сызық?



10.1-сурет

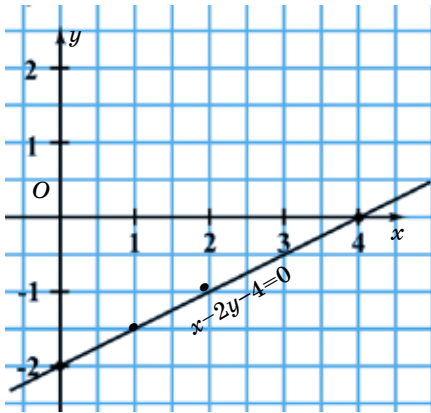
10.2. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигі

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімі x пен оған сәйкес y -тің мәндерінен тұратын сандар жұбы екені белгілі. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімдері болатын сандар жұбының $(x; y)$ әрқайсысына координаталық жазықтықта бір ғана нүкте сәйкес келеді. Осындай нүктелер жиыны екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің *графигін* құрайды.

Координаталық жазықтықтағы координаталары екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің шешімдері болатын нүктелер жиыны осы теңдеудің графигі деп аталады.

Демек, екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигінің кез келген нүктесінің координаталары теңдеудің шешімі болатын сандар жұбын құрайды.

I. $ax+by+c=0$ теңдеуіндегі $a \neq 0$, $b \neq 0$.



10.2-сурет

1-мысал. $x-2y-4=0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигін салуды қарастырайық.

Шешуі.

Берілген теңдеудің бірнеше шешімдерін таңдап алайық.

- 1) $(0; -2)$. Егер $x=0$, $y=-2$ болса, $0-2 \cdot (-2)-4=0$ – тура теңдік;
- 2) $(1; -1,5)$. Егер $x=1$, $y=-1,5$ болса, $1-2 \cdot (-1,5)-4=0$ – тура теңдік;
- 3) $(2; -1)$. Егер $x=2$, $y=-1$ болса, $2-2 \cdot (-1)-4=0$ – тура теңдік;
- 4) $(4; 0)$. Егер $x=4$, $y=0$ болса, $4-2 \cdot 0-4=0$ – тура теңдік.

Oxy координаталық жазықтығында $(0; -2)$, $(1; -1,5)$, $(2; -1)$, $(4; 0)$ – нүктелерін белгілейік. Белгіленген нүктелер бір түзудің бойында жатады. Осы нүктелер арқылы түзу жүргіземіз (10.2-сурет)

Бұл түзу $x-2y-4=0$ – екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуінің графигі болып табылады.

$x-2y-4=0$ теңдеуінің графигі – оның барлық шешімдерін кескіндейтін нүктелер жиыны.

Демек, $ax+by+c=0$ формуласымен берілген екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигі – түзу, Демек, $ax+by+c=0$ теңдеуінің шектеусіз көп шешімдері бар.

Түзуді салу үшін оның бойындағы екі нүктенің координаталарын табу жеткілікті.

Онда екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигін салу үшін, оның екі нүктесінің координаталарын тауып, сол екі нүкте арқылы түзу жүргізу керек.

II. Егер $ax + by + c = 0$ теңдеуіндегі $a \neq 0$, $b = 0$, $c \neq 0$ болса, $ax + 0 \cdot y + c = 0$ немесе $ax + c = 0$.

2-мысал. $4x - 8 = 0$, яғни $4x + 0 \cdot y - 8 = 0$, $x = 2$.

Теңдеудің шешімдері $x = 2$, ал y – кез келген сан болатын барлық $(x; y)$ сандар жұптары. Мысалы, $(2; -1)$, $(2; 0)$, $(2; 1)$ және т.б. сандар жұбы. Бұл жағдайда теңдеудің графигі Ox абсциссалар осімен $(2; 0)$ нүктесінде қиылысатын және Oy ординаталар осіне параллель түзу болады (10.3, а-сурет).

III. Егер $ax + by + c = 0$ теңдеуіндегі $a = 0$; $b \neq 0$ және $c \neq 0$ болса, $0 \cdot x + by + c = 0$ немесе $by + c = 0$.

3-мысал. $0 \cdot x + 3y - 9 = 0$, яғни $3y - 9 = 0$; $y = 3$.

Теңдеудің шешімдері $y = 3$, ал x кез келген сан болатын барлық $(x; y)$ сандар жұптары.

Мысалы, $(-2; 3)$, $(0; 3)$, $(4; 3)$ және т. б. сандар жұптары.

Бұл жағдайда теңдеудің графигі – ординаталар осімен $(0; 3)$ нүктесінде қиылысатын, ал Ox абсциссалар осіне параллель түзу (10.3, ә-сурет).

$ax + by + c = 0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің ең болмағанда бір айнымалысының коэффициенті нөлге тең болмаса, оның графигі түзу болады.

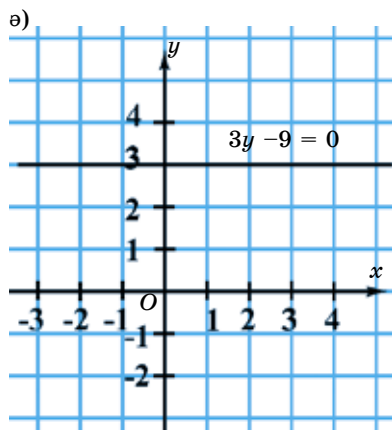
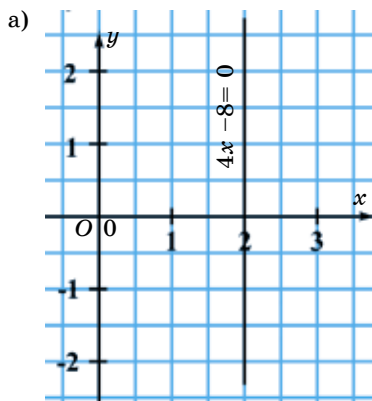
IV. Егер $a = 0$; $b = 0$ және $c \neq 0$ болса, теңдеудің шешімдері болмайды.

V. Егер $a = 0$; $b = 0$ және $c = 0$ болса, координаталық жазықтықтағы кез келген нүктенің координаталары теңдеудің шешімдері болады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің $a \neq 0$ және $b \neq 0$ болғандағы графиктерін салу тәсілдерін қарастырайық.

1-тәсіл. Теңдеудің графигі болатын түзудің координаталар осьтерімен қиылысу нүктелерін тауып, теңдеудің графигін салу.

4-мысал. $5x - 4y + 20 = 0$ теңдеуінің графигін салайық.



10.3-сурет

Шешуі. 1. Егер $x=0$ болса, $5 \cdot 0 - 4y + 20 = 0$,
 $-4y = -20$,
 $y = 5$.

2. Егер $y=0$ болса, $5x - 4 \cdot 0 + 20 = 0$,
 $5x = -20$,
 $x = -4$.

3. Оху координаталық жазықтығында $(0; 5)$ және $(-4; 0)$ нүктелері арқылы түзу жүргіземіз. Сол түзу $5x - 4y + 20 = 0$ теңдеуінің графигі болады (10.4, а-сурет).

2-тәсіл. y -ті x арқылы өрнектеп алып, x -ке мән беру керек.

5-мысал. $2x + y - 7 = 0$ теңдеуінің графигін салайық.

Шешуі.

1. y -ті x арқылы белгілеу керек;

$$y = -2x + 7.$$

Егер $x=3$ болса, $y=1$;

Егер $x=1$ болса, $y=5$.

2. Оху координаталық жазықтықта $(3; 1)$ және $(1; 5)$ нүктелерін белгілейміз.

3. $(3; 1)$ және $(1; 5)$ нүктелері арқылы түзу жүргіземіз. Сол түзу $2x + y - 7 = 0$ теңдеуінің графигі болып табылады (10.4, ә-сурет).



1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудегі ең болмағанда бір айнымалының коэффициенті нөлге тең болмаса, оның графигі қандай сызық болады?

2. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигін қалай салады?

3. y -тің коэффициенті ($b=0$) нөлге тең болғанда теңдеудің графигі қандай сызық?

1390. Мына теңдеулердің қайсысының графигі түзу сызық болады:

1) $5x + 4y - 20 = 0$;

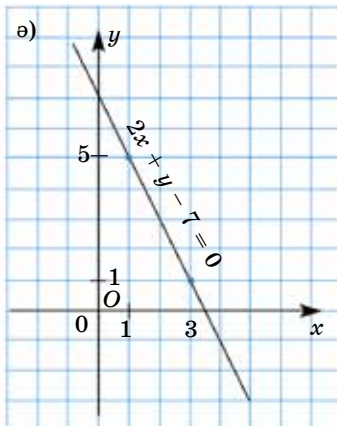
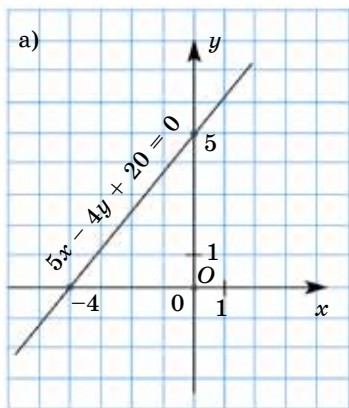
3) $y = \frac{7}{x}$;

5) $x^2 - y = 3$;

2) $xy = 12$;

4) $7x + 3y - 21 = 0$;

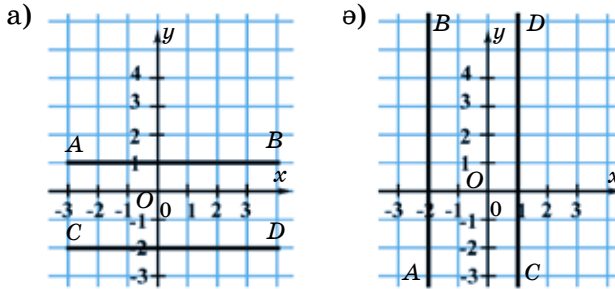
6) $3x - 2y = 0$?



10.4-сурет

A

- 1391.** Теңдеудің графигін салыңдар:
 1) $x+y-3=0$; 3) $x+4y-3=0$; 5) $x+9=0$;
 2) $2x-y-4=0$; 4) $3x+y-2=0$; 6) $4y+8=0$.
- 1392.** 1) $A(3; 0)$; 2) $B(2; 5)$; 3) $C(-3; 10)$; 4) $D(-6; 15)$ нүктесі $5x+3y=15$ теңдеуінің графигіне тиісті ме?
- 1393.** 1) $2x+y-5=0$ теңдеуінің графигін салыңдар. Графиктен абсциссасы 2-ге тең нүктенің ординатасын табыңдар;
 2) $x+3y+7=0$ теңдеуінің графигін салыңдар. Графиктен ординатасы 1-ге тең нүктенің абсциссасын табыңдар.
- 1394.** 10.5-суреттегі AB және CD түзулерін екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигтері ретінде қарастырып, олардың өрқайсысының теңдеуін $ax+by=c$ түрінде жазыңдар.



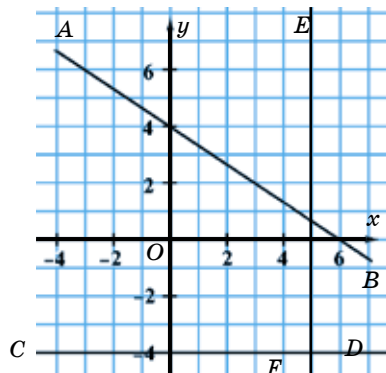
10.5-сурет

- 1395.** c -нің қандай мөндерінде:
 1) $x-y=c$; 2) $3x+1,5y=2+c$; 3) $4x-3y=c-3$
 теңдеулерінің графигтері координаталар басынан өтеді?
- 1396.** Есепті теңдеу құру арқылы шығарыңдар.
 Қазір тәуліктің қалған уақыты тәуліктің өткен уақытының $1\frac{2}{3}$ -сіне тең. Қазір сағат неше?

B

- 1397.** $-2x+3y-12=0$ теңдеуінің графигін салыңдар. Графиктен:
 1) ординатасы 2-ге тең нүктесінің абсциссасын табыңдар;
 2) абсциссасы 3-ке тең нүктесінің ординатасын табыңдар.
- 1398.** Теңдеудің графигін салып, графигтердің өрқайсысының ординаталар осімен қиылысу нүктесін координаталарымен жазыңдар:
 1) $3x+y-6=0$; 3) $2,5x+y-5=0$; 5) $-3x+5y-15=0$;
 2) $-3x+2y-4=0$; 4) $4x+3y-12=0$; 6) $x+2y+4=0$.

1399. 10.6-суретте графиктері берілген AB , CD және EF түзулерінің теңдеулерін жазыңдар.



10.6-сурет

1400. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің берілген коэффициенттері және бос мүшесі бойынша теңдеу құрып, графигін салыңдар:
- 1) $a=1$; $b=2$; $c=4$;
 - 2) $a=0$; $b=-1$; $c=6$;
 - 3) $a=3$; $b=0$; $c=-9$;
 - 4) $a=4$; $b=1$; $c=-2$.

1401. Сырт пішіндері бірдей сақиналар 4 пакетке салынған. Үш пакеттегі сақиналардың әрқайсысы 30 г, ал бір пакеттегі сақиналардың әрқайсысы 29 г. Қай пакетке қандай массалы сақиналардың салынғаны белгісіз. Көрсеткіші бар таразымен бір рет қана өлшеп, әрқайсысының массасы 29 г сақиналардың қай пакетке салынғанын қалай табуға болады?

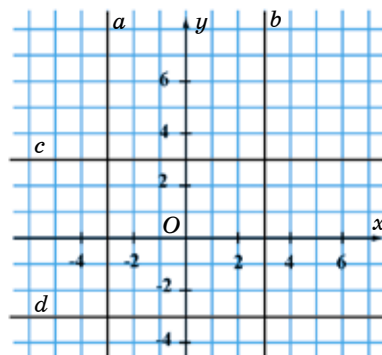
1402. Бір кітап пен бір альбомның құны 4 фломастердің құнына тең. Альбомның бағасы 3 сызғыштың құнына тең. 2 сызғыш пен 1 альбомның құны кітаптың бағасына тең. Фломастердің бағасы неше сызғыштың құнына тең?

С

1403. Екі белгісізі бар теңдеуді $ax+by+c=0$ түріне келтіріп, графигін салыңдар:

- 1) $-9x+2y-20=-13x+7y$;
- 2) $2(x+2y)-3=3(x+y)+1$;
- 3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$.

1404. $2x+y=6$ және $-x+y=3$ теңдеулерінің графиктерін бір координаталық жазықтықта салыңдар. Берілген теңдеулердің графиктерінің қиылысу нүктесінің координаталарын жазыңдар.



10.7-сурет

1405. 10.7-суретте берілген a , b , c және d түзулерінің:
- 1) теңдеуін жазыңдар;

2) түзулердің қиылысуынан пайда болған фигураның периметрін бірлік кесінді есебімен табыңдар.

1406. Амалдарды орындаңдар:

$$\frac{\left(2\frac{5}{18} - 1,25\right) : 4\frac{1}{9}}{\left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12}\right) \cdot 5} + \frac{\left(3\frac{5}{9} - 2,2 - \frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{3}{11}\right)}{\left(1\frac{7}{9} - 2\right) \cdot 2,25}$$

Тақырыптың түйіні.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигі.

Екі айнымалысы бар $ax+by+c=0$ теңдеуіндегі ең болмағанда $a \neq 0$ немесе $b \neq 0$ болса, оның графигі түзу болады.

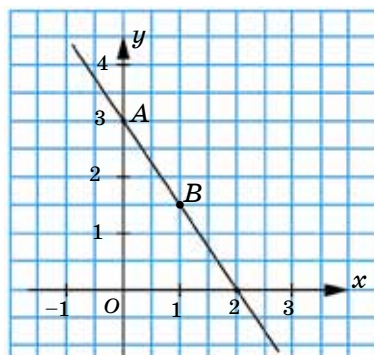
Мысалы, $3x+2y-6=0$ теңдеуінің графигін салайық.

$3x+2y-6=0$ теңдеуінің графигі түзу болады. Түзуді жүргізу үшін, оның екі нүктесінің координаталарын білу жеткілікті. $3x+2y-6=0$ теңдеуінің графигі болатын түзудің екі нүктесінің координаталарын табайық.

Егер $x=0$ болса, берілген теңдеу $2y-6=0$ теңдеуі түрінде жазылады. Осыдан $y=3$.

Егер $y=1,5$ болса, берілген теңдеу $3x+2 \cdot 1,5-6=0$ теңдеуі түрінде жазылады. Осыдан $x=1$.

Ізделінді түзу бойындағы нүктелер – $A(0; 3)$ және $B(1; 1,5)$ нүктелері. $A(0; 3)$ және $B(1; 1,5)$ нүктелері арқылы жүргізілген түзу $3x+2y-6=0$ екі айнымалысы бар сызықтық теңдеуінің графигі болып табылады (1-сурет).



1-сурет

- ▲ **1396.** Сағат 9. **1397.** 1) $x=-3$; 2) $y=6$. **1398.** 1) $(0;6)$; 2) $(0;2)$ 3) $(0;5)$.
1402. 2 сызғыштың. **1404.** $x = 1$; $y = 4$. **1405.** 2) 24 бірлік кесіндіге.
1406. $1\frac{2}{3}$.

10.3. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйелері

Есеп. Тік төртбұрыштың ұзындығы енінен 4 см ұзын, ал оның периметрі 36 см. Тік төртбұрыштың ұзындығы мен енін табыңдар.

Шешуі. x – тік төртбұрыштың ұзындығы.

y – тік төртбұрыштың ені.

Есептің шарты бойынша: $x - y = 4$ және $2(x + y) = 36$.

Екі айнымалысы бар екі сызықтық теңдеу құрылды. Бірінші теңдеудегі x -тің мәні екінші теңдеудегі x -тің мәніне тең. Бірінші теңдеудегі y -тің мәні екінші теңдеудегі y -тің мәніне тең. Сондықтан x пен y -тің мәндерін табу үшін, екі теңдеу бір жүйеге біріктіріледі, себебі олардың шешімдері ортақ. Жүйедегі теңдеулер бірінің астына екіншісі жазылып, фигуралық жақшаға алынады. Сонда берілген екі теңдеуден:

$$\begin{cases} x - y = 4, \\ 2(x + y) = 36 \end{cases}$$

екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі құрылады. Берілген теңдеулер жүйесіндегі айнымалылардың ортақ мәндер жұбы теңдеулер жүйесінің шешімі болады. Айнымалылардың $x=11$, $y=7$ мәндерін теңдеулердің әрқайсысына қойсақ, олардың әрқайсысы тура теңдікке айналады:

$$\begin{cases} 11 - 7 = 4, \\ 2(11 + 7) = 36. \end{cases}$$

Онда (11; 7) сандар жұбы берілген теңдеулер жүйесінің шешімі болады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесіндегі теңдеулердің әрқайсысын тура теңдікке айналдыратын айнымалылардың мәндерінің жұбын сол теңдеулер жүйесінің шешімі деп атайды.

Теңдеулер жүйесін шешу дегеніміз – оның барлық шешімдерін табу немесе оның шешімдерінің болмайтынын дәлелдеу.

Шешімдері бірдей екі теңдеулер жүйесі мәндел теңдеулер жүйесі деп аталады. Қайсыбір жағдайларда шешімдері болмайтын теңдеулер жүйелері де мәндел теңдеулер жүйесі болады.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйелері жалпы жағдайда мына түрде жазылады:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Мұндағы: $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ – берілген сандар.



1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің анықтамасын тұжырымдаңдар.
2. Теңдеулер жүйесін шешу дегеніміз не?

1407. $x=3, y=-1$ сандар жұбы $\begin{cases} x - y - 4 = 0, \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$
теңдеулер жүйесінің шешімі бола ма?

A

1408. $x=5; y=2$ сандар жұбы
1) $\begin{cases} x - 3y + 1 = 0, \\ 2x + y - 8 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + y - 17 = 0, \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$
теңдеулер жүйесінің қайсысына шешім болады?

1409. $(-2; 4); (-1; -3); (3; 4)$ сандар жұбының қайсысы
1) $\begin{cases} 5x - y + 14 = 0, \\ x + 2y - 6 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x - y - 8 = 0, \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$
теңдеулер жүйесіне шешім болады?

1410. $\begin{cases} x + y - 7 = 0, \\ -x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$ теңдеулер жүйесіне: 1) $(3; 2)$; 2) $(6; 1)$ сандар жұбының қайсысы шешім болады?

1411. $(-2; 3); (4; 1)$ және $(1; 3)$ сандар жұбының қайсысы, қай теңдеулер жүйесіне шешім болады:
1) $\begin{cases} -x + y - 5 = 0, \\ x + 2y - 4 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x - y - 3 = 0, \\ 3x + y - 6 = 0? \end{cases}$

1412. Қабырғасы 30 см квадрат периметрі 2,4 см квадраттарға бөлінді. Соңғы квадраттардың әрқайсысы өзара тең екі тік бұрышты үшбұрыштарға бөлінді.
1) Неше үшбұрыш пайда болды?
2) Үшбұрыштардың әрқайсысының ауданы неше квадрат сантиметр?

1413. Теңдеуді шешіңдер:
1) $5|x| - 4 = |x|$; 3) $|-x| + 6 = 2|-x|$; 5) $7|x| - 4 = |x|$;
2) $|x| - 5 = 3|x|$; 4) $8|x| - |x| = 14$; 6) $6|x| + |x| - 3 = 5|x|$.

B

1414. $(1; 2); (-3; -1); (2; 4)$ сандар жұбының қайсысы
1) $\begin{cases} 2x - y = 0, \\ 3x - 2y + 2 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0, \\ 5x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$
теңдеулер жүйесіне шешім болады?

1415. (4; -2) сандар жұбы:

$$1) \begin{cases} 0,5x - 3y - 8 = 0, \\ x + 4y + 1 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -x + 2y + 8 = 0, \\ x + y = 2 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің қайсысына шешім болады?

1416. (3; -3); 2) (2; 7) 3) (5; -1) сандар жұбы шешімдері болатын теңдеулер жүйесін құрастырыңдар.

1417. $x=2$; $y=-3$ сандар жұбы -

$$\begin{cases} x + \frac{1}{3}y - c_1 = 0, \\ -x + y + c_2 = 0 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің шешімі. c_1 және c_2 -нің мәндерін табыңдар.

1418. Сыйымдылықтары 9 л және 5 л ыдыстарды пайдаланып, өзеннен 2 л суды қалай құйып алуға болады?

C

$$1419. 1) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y = 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = 1,5, \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 5; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 3, \\ \frac{5}{8}x - \frac{2}{3}y = 1. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесінің шешімдері болатын сандар жұбын таңдап алыңдар:

A. (8; 6); B. (4;3); C. (5; -2); D. (6;2).

1420. 1) $x=4$; $y=-3$; 2) $x=-2$; $y=-1$; 3) $x=6$; $y=1$.

Сандар жұбы шешімдері болатын теңдеулер жүйесін құрастырыңдар.

$$1421. \begin{cases} 3x - 4y + c_1 = 0, \\ \frac{1}{3}x + 6y - c_2 = 0 \end{cases} \text{ теңдеулер жүйесінің шешімдері:}$$

$x=3$; $y=0,5$. c_1 және c_2 -нің мәндерін табыңдар.

$$1422. \begin{cases} ax + 4y + 1 = 0, \\ 2x + by - 9 = 0 \end{cases} \text{ теңдеулер жүйесінің шешімі } (-3; 5) \text{ сандар жұбы.}$$

a -ның және b -нің мәндерін табыңдар.

1423. Есептеңдер:

$$\frac{\left(3,9 - 2,55 + 4\frac{5}{12} - 1\frac{1}{15}\right) : 4,7}{\left(0,81 \cdot 8\frac{1}{3} - 0,57 : 4\frac{3}{4}\right) : 2,21 + 4,125 : 2\frac{1}{16}}.$$

▲ 1412. 2) 18 см^2 . 1417. $c_1 = 1; c_2 = 5$. 1421. $c_1 = -7; c_2 = 4$. 1422. $a = 7; b = 3$. 1423. 0,2.



Есеп.

$\begin{cases} x - y = 29, (1) \\ 2x + 7y = 112 (2) \end{cases}$ теңдеулер жүйесі берілген. Жүйенің шешімін табыңыз.

Айнымалылардың (белгісіздердің) біреуін екіншісі арқылы өрнектеп, бір айнымалысы (белгісізі) бар теңдеуге келтіреміз. Ол үшін:

- 1) (1) теңдеудегі x -ті y арқылы өрнектеп алу керек. Сонда $x=29+y$ болады.
- 2) Табылған өрнекті (2) теңдеудегі x -тің орнына қою керек. Сонда ол бір белгісізі бар теңдеуге айналады: $2(29+y)+7y=112; 58+9y=112; 9y=54; y=6$.
- 3) y -тің табылған мәнін $x=29+y$ -ке қойып, $x=35$ екенін табамыз.

Жауабы: $x=35; y=6$.

Осы тәсілмен $\begin{cases} x + y = 7, \\ 5x + 3y = 25 \end{cases}$

теңдеулер жүйесін шешіңдер.

10.4. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешу

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешудің алмастыру тәсілін қарастырайық.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін құрып, оны алмастыру тәсілімен шешуді қарастырайық.

1-мысал. Оқушы екі сан ойлады. Бірінші сан екінші саннан 7-ге артық. Бірінші санды 3 еселеп, одан екінші санды 2 еселеп азайтқанда, айырма 27-ге тең болады. Оқушы қандай сан ойлады?

Шешуі: x – бірінші сан;
 y – екінші сан.

Есептің шарты бойынша теңдеулер жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} x - y = 7, \\ 3x - 2y = 27. \end{cases}$$

Бірінші теңдеудегі x -ті y арқылы өрнектеп, оны екінші теңдеудегі x -тің орнына қойғанда алғашқы теңдеулер жүйесімен мәндес теңдеулердің мынадай жүйесі алынады:

$$\begin{cases} x = y + 7, \\ 3(y + 7) - 2y = 27. \end{cases}$$

Мұндағы $3(y+7)-2y=27$ – бір айнымалысы бар теңдеу. Осы теңдеуді шешіп, y -тің мәнін табу керек: $3y+21-2y=27$; $y=6$.

$x=y+7$ теңдеуіндегі y -тің орнына оның мәнін (6-ны) қойсақ, x -тің сәйкес мәні табылады: $x=6+7$; $x=13$.

Демек, (13; 6) сандар жұбы берілген теңдеулер жүйесінің шешімі болады.

Жауабы: (13; 6).

2-мысал.

$$\begin{cases} \frac{2x+3}{5} - \frac{y+2}{3} = 1, \\ \frac{x+1}{7} + \frac{2y-5}{3} = 2 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесін шешейік.

Бірінші теңдеудің оң жағын және сол жағын 15-ке көбейтіп, екінші теңдеудің оң жағын және сол жағын 21-ге көбейтіп, теңдеулерді ықшамдаймыз. Себебі $ЕКОЕ(5;3) = 15$ және $ЕКОЕ(7;3) = 21$.

Сонда

$$\begin{cases} 3(2x+3) - 5(y+2) = 15, & 6x+9-5y-10 = 15, & 6x-5y = 16, \\ 3(x+1) + 7(2y-5) = 42; & 3x+3+14y-35 = 42; & 3x+14y = 74. \end{cases}$$

Бірінші теңдеудегі y -ті x арқылы өрнектеп, оны екінші теңдеуге қояйық:

$$\begin{cases} y = \frac{6x-16}{5}, \\ 3x+14 \cdot \frac{6x-16}{5} = 74; \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{6x-16}{5}, \\ 15x+84x-224 = 370. \end{cases}$$

$$15x+84x-224=370 \text{ теңдеуінен } x=6, \text{ онда } y = \frac{6 \cdot 6 - 16}{5} = 4, y = 4.$$

Жауабы: (6; 4).

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешу үшін:

1) *теңдеудің біреуіндегі бір айнымалыны екіншісі арқылы (x -ті y арқылы немесе y -ті x арқылы) өрнектеу керек;*

2) табылған өрнекті екінші теңдеудегі осы айнымалының орнына қою керек. Сонда бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу шығады;

3) шыққан бір айнымалысы бар сызықтық теңдеуді шешіп, ондағы айнымалының мәнін табу керек;

4) табылған айнымалының мәнін ықшамдалған жүйенің кез келген теңдеуіндегі орнына қойып, екінші айнымалыны табу керек.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесіндегі теңдеулердің біреуіндегі айнымалының коэффициенті 1-ге тең болған жағдайда берілген теңдеулер жүйесін шешу үшін алмастыру тәсілін қолданған тиімді.



1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі алмастыру тәсілімен қалай шешілетінін айтып беріңдер.

2. Қандай жағдайда екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешу үшін алмастыру тәсілін қолданған тиімді?

1424. 1) $x=5; y=-3$ сандар жұбы 2) $x=2; y=1$ сандар жұбы

$$\begin{cases} x - y = 8, \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4,5x - y = 8, \\ x + 3,2y = 5,2 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесінің шешімі бола ма?

A

1425. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңдер:

1) $\begin{cases} x - y - 2 = 0, \\ 2x - 3y + 1 = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + y - 4 = 0, \\ 5x + y - 10 = 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x + 5y + 2 = 0, \\ 0,5x - y - 6 = 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} -x + y - 4 = 0, \\ 4x + y + 1 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 8x - 3y - 7 = 0, \\ 3x + y - 9 = 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 12x - y - 18 = 0, \\ x + 0,5y - 5 = 0. \end{cases}$

1426. Теңдеулер жүйесінің шешімін алмастыру тәсілімен табыңдар:

1) $\begin{cases} 4x + 3y - 5 = 0, \\ x - y - 3 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y - 7 = 0, \\ 5x - 3y - 1 = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 6x + 5y - 6 = 0, \\ 2x + y + 2 = 0. \end{cases}$

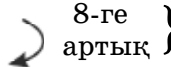
1427. Теңдеулер жүйесінің шешімін алмастыру тәсілімен табыңдар:

1) $\begin{cases} 2(x + y) - x + 6 = 0, \\ 3x - (x - y) = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5x - 2(y + 4) = 0, \\ 6(2x + 3) - y - 41 = 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3(x + 2y) - y - 27 = 0, \\ 4(x + y) - 3x - 23 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3(x + y) - 11 = 0, \\ 7(x + 3y) - 6x + 59 = 0. \end{cases}$

Теңдеулер жүйесін құрып, оны алмастыру тәсілімен шешіндер (1428–1436).

1428. Екі санның қосындысы 58-ге тең. Бірінші сан екінші саннан 8-ге артық. Осы сандарды табыңдар.

| | | | |
|-------|-----|--|----|
| 1-сан | x |  8-ге артық } | 58 |
| 2-сан | y | | |

1429. Екі шебердің бір күндік еңбекақысы 16 000 тг. Бірінші шебердің 5 күнгі еңбекақысы екінші шебердің 4 күнгі еңбекақысынан 17 000 тг артық. Шеберлердің әрқайсысы бір күнде неше теңге табыс табады?
1430. Бір килограмм алма мен бір килограмм алмұрт 275 тг. 3 кг алма 4 кг алмұрттан 50 тг арзан. Бір килограмм алманың бағасы неше теңге? Бір килограмм алмұрттың бағасы неше теңге?
1431. Тік төртбұрыштың периметрі 40 см. Тік төртбұрыштың ұзындығын 20%-ке кемітіп, енін 20%-ке арттырса, оның периметрі 36 см болады. Тік төртбұрыштың алғашқы ұзындығы неше сантиметр? Алғашқы ені неше сантиметр?
1432. Оқушы екі сан ойлады. Ол ойлаған бірінші саннан екінші санды азайтса, айырма 8-ге тең болады. 3 еселенген бірінші сан 5 еселенген екінші саннан 4-ке кем. Оқушы қандай сандар ойлады?
1433. Шеңберінің ұзындығы 120 см доңғалақтың үстінде қоңыз бен құмырсқа тұр. Егер олар осы доңғалақтың жиегімен бір-біріне қарсы жүрсе, 12 секундта, ал бірін-бірі қуалай жүрсе, 30 секундта кездеседі. Қоңыз бен құмырсқаның әрқайсысының қозғалыс жылдамдығын табыңдар.
1434. Егер екі таңбалы санның әрбір цифрын бір таңбалы сан түрінде жазсақ, олардың қосындысы 9-ға тең. Егер оның цифрларының орындарын ауыстырсақ, алғашқы саннан 63-ке кем сан шығады. Алғашқы сан қандай сан?
1435. Бір жейде және бір көйлек 4 м матадан тігіледі. Осындай 5 жейде және 9 көйлек 30 м матадан тігіледі. Бір жейде неше метр матадан тігіледі? Бір көйлек неше метр матадан тігіледі?
A. 1,8 м; 2,2 м; **B.** 1,9 м; 2,1 м; **C.** 1,5 м; 2,5 м; **D.** 1 м; 3 м.

1436. Бір қорап кәмпит және 2 орам өрік 550 г. 5 қорап кәмпит және 3 орам өрік 1 кг 700 г. Бір қорап кәмпит неше грамм? Бір орам өрік неше килограмм?

1437. Өрнекті ықшамдаңдар:

1) $5mn - 7mn + 3m - m$;

3) $2ab - ab + 5ab$;

2) $mn - 3mnk + 4mn$;

4) $7ab - 5bc - 2ab$.

В

1438. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңдер:

1) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} - 1 = 0, \\ \frac{x}{5} - \frac{y}{4} + 1 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} + 3 = 0, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} - 5 = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{y}{2} - 5 = 0, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - 4 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{3} + 0,6 = 0, \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{6} - 1 = 0. \end{cases}$

1439. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңдер:

1) $\begin{cases} \frac{x}{10} - \frac{y}{5} = 0, \\ \frac{5x}{3} + \frac{y}{6} - 7 = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{8} - 2 = 0, \\ \frac{2x}{9} + \frac{y}{6} - 1 = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{6x}{7} + \frac{5y}{21} - 5 = 0, \\ \frac{9x}{4} - \frac{y}{12} - 11 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{7x}{3} - \frac{y}{9} - 4 = 0, \\ \frac{8x}{5} - \frac{y}{30} - 3 = 0. \end{cases}$

1440. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңдер:

1) $\begin{cases} 2(x - 2y) = x - 8y, \\ 5(x + y) = 2(x - y) + 10; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 15 + 2(x + 3y) = 3(4x + y), \\ 2(5x - y) - 3y = 2 + 3(2x - y); \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3(x + 4y) - 4x = 2(2x + y), \\ 7(x - 5y) + 6x = 3(x + 4y) + 27; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5(7x + 2y) - 11y = 6(2x + y) + 2, \\ 33 + 3(6x - 5y) = 3(x + 2y) - 5y. \end{cases}$

Теңдеулер жүйесін құрып, алмастыру тәсілімен шешіңдер (**1441–1448**).

1441. Баласы әкесінен 24 жас кіші. 5 жылдан кейін әкесінің жасы баласының жасынан 4 есе үлкен болады. Алғашқыда әкесі неше жаста болған? Баласы неше жаста болған?

1442. Тік төртбұрыштың ұзындығы енінен 3 см ұзын. Оның периметрі 22 см. Тік төртбұрыштың ұзындығын, енін табыңдар.

1443. Екі тракторшы 7 күнде 147 га жер жырты. Бірінші тракторшы 3 күнде қанша жер жырты, екінші тракторшы 4 күнде сонша жер

жыртты. Бір күнде бірінші тракторшы неше гектар жер жыртады, екінші тракторшы неше гектар жер жыртады?

1444. Егер 5 үйшікте 16 қоян болса, ондағы қайсыбір үйшікте кем дегенде барлық қояндардың 25%-і болатынын дәлелдеңдер.

1445. Мұғалім бақылау жұмысын алу үшін сыныптағы оқушыларға дәптер парақтарын дайындады. Егер мұғалім сыныптағы оқушылардың әрқайсысына 2 парақтан таратса, 12 парақ артық қалады, ал әрқайсысына 3 парақтан тарататын болса, 16 парақ жетпейді. Сыныпта неше оқушы бар? Мұғалім неше парақ дайындаған еді?

1446. (Өзіл есеп.) Дымбілмес бірінші рет сыныптағы қыздардың мұрындарын және ұлдардың құлақтарын санағанда барлығы 41 болды. Дымбілмес екінші рет сыныптағы қыздардың құлақтарын және ұлдардың мұрындарын санағанда барлығы 43 болды. Сыныпта неше қыз, неше ұл бар?



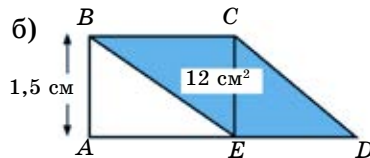
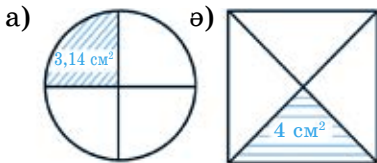
1447. Арақашықтығы 54 км екі елді мекеннен екі велосипедші бір уақытта шығып, бір-біріне қарсы жүрді. Олар 2 сағ жүрген соң бір-бірімен кездесті. Кездескенге дейін бірінші велосипедшінің жүрген жолы екінші велосипедшіге қарағанда 1,25 есе артық болды. Бірінші велосипедшінің жылдамдығын табыңдар. Екінші велосипедшінің жылдамдығын табыңдар.

1448. Жеміс ағаштары егілген жердің ауданы көгөніс егілген жердің ауданынан 6 га артық болған. Жеміс ағаштары егілген жердің ауданын 25%-ке, ал көгөніс егілген жердің ауданын 20%-ке арттырғанда барлығы 32 га болды. Алғашқыда жеміс ағаштары егілген жердің ауданы қандай болды? Көгөніс егілген жердің ауданы қандай болды?

- A. 16 га; 10 га; B. 15 га; 9 га; C. 17 га; 11 га; D. 20 га; 14 га.

1449. 10.16-суретті пайдаланып:

- а) дөңгелектің радиусын;
ә) квадраттың қабырғасын;



10.16-сурет

б) $AE=ED$. $ABCE$ тік төртбұрышының BC қабырғасының ұзындығын табыңдар.

С

1450. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңдер:

$$1) \begin{cases} \frac{2x+1}{3} - \frac{x-2y}{5} = \frac{4(2x+y)}{15}, \\ \frac{x-4y}{3} + \frac{5x-11y}{6} = \frac{3x-1}{4}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{7x+y}{3} - \frac{5x-y}{2} = \frac{x+y}{6}, \\ \frac{9x-2y}{8} + \frac{7x+4y}{6} = \frac{x+y}{3} + 4. \end{cases}$$

1451. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңдер:

$$1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{xy}, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{3}{xy}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{mn}, \\ \frac{2}{n} - \frac{1}{m} = \frac{1}{mn}; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{13}{xy}, \\ \frac{8}{x} - \frac{2}{y} = \frac{16}{xy}; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{5}{m} - \frac{3}{n} = \frac{7}{mn}, \\ \frac{1}{m} + \frac{2}{n} = \frac{17}{mn}. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін құрып, оны алмастыру тәсілімен шешіңдер (1452–1458).

1452. Бірінші жылы шаруашылық бірлестігі екі егіс алқабынан 560 т астық өнімін жинады. Шаруашылық бірлестігі екінші жылы бірінші алқаптан 15% артық өнім алса, екінші егіс алқабынан 10% артық өнім жинады. Сонда екінші жылы екі егіс алқабынан барлығы 632 т астық өнімін жинады. Шаруашылық бірлестігі бірінші жылы егіс алқабының әрқайсысынан қанша астық өнімін жинады?

1453. Катердің ағыспен жүзгендегі жылдамдығы мен ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығының қосындысы 44 км/сағ. Катер ағыспен 5 сағ жүзіп, қандай қашықтыққа барса, 6 сағ ағысқа қарсы жүзіп, сондай қашықтыққа барады. Катердің ағыспен жүзгендегі жылдамдығы қандай, ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығы қандай?

1454. Алғашқыда шебер үйренушісімен екеуі бірігіп 140 бөлшек даярлауды межелеген еді. Шебердің даярлаған бөлшектерінің саны межелегеннен 30%-ке артық болса, үйренушісінікі 10%-ке кем болып, олар барлығы 158 бөлшек даярлады. Алғашқыда шебер неше бөлшек даярлауды, үйренушісі неше бөлшек даярлауды межелеген еді?

1455. Егер бір жерден бір-бірінен қарама-қарсы бағытта шыққан екі пойыз 3,2 сағат жүрсе, бір-бірінен 480 км қашықтықта болады.

Ал егер бірінші пойыз 1,4 сағ жүрген соң оған қарсы бағытта екінші пойыз шықса, олар екінші пойыздың шыққан уақытынан 2 сағаттан кейін бір-бірінен 412 км қашықтықта болады. Бірінші пойыздың, екінші пойыздың жылдамдықтарын табыңдар.

- 1456.** Ескекті қайықтың меншікті жылдамдығы ағыс жылдамдығынан 3 есе артық. Ескекті қайық $\frac{3}{4}$ сағ ағысқа қарсы жүзді, сонан соң 2 сағ ағыспен жүзіп, 19 км қашықтыққа барды. Ескекті қайықтың меншікті жылдамдығы қандай? Ағыс жылдамдығы қандай?
- 1457.** Бірінші құбырдан 2 минутта ағатын су екінші құбырдан 3 минутта ағатын судан 30 л кем. Бірінші құбырдан 5 минутта ағатын су екінші құбырдан 4 минутта ағатын судан 380 л артық. Бір минутта бірінші құбырдан қанша су ағады? Екінші құбырдан қанша су ағады?
- 1458.** Бірінші санның $\frac{3}{7}$ -і екінші санның $\frac{3}{4}$ -інен 6-ға кем, ал бірінші санның $\frac{1}{4}$ -і екінші санның $\frac{1}{8}$ -інен 4-ке артық. Бірінші санды және екінші санды табыңдар.
 А. 29; 25; В. 23; 18; С. 28; 24; D. 32; 18.

1459. Есептеңдер:

$$3\frac{1}{8} \cdot \left(2,4 \cdot \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{7,15 + 14 : 2,8 \cdot 0,17}{4 \cdot 0,375 + 2,5} \right) + 6,84 : 1,9 \right).$$

- ▲ **1425.** 1) (7; 5); 2) (-1; 3); 3) (3; -5); 4) (2; -3); 5) (8; -2); 6) (2; 6). **1426.** 1) (2; -1); 2) (-10; -17); 3) (-4; 6). **1427.** 1) (2; -4); 2) (-1; 6); 3) (2; 1); 4) (4; -3). **1428.** 33 саны және 25 саны. **1429.** 9000 тг, 7000 тг. **1430.** Алма 150 тг; алмұрт 125 тг. **1432.** 22 санын; 14 санын. **1433.** 7 см/с; 3 см/с. **1436.** 250 г; 150 г. **1439.** 1) (4; 2); 2) (15; -14); 3) (5; 3); 4) (2; 6). **1440.** 1) (8; -2); 2) (-2; -1); 3) (3; 5); 4) (1; 3). **1443.** 12 га; 9 га. **1445.** 28 оқушы; 68 парақ. **1447.** 15 км/сағ; 12 км/сағ. **1450.** 1) (7; 1); 2) (2; 1). **1451.** 1) (5; 2); 2) (2; 3); 3) (4; 3); 4) (6; 5). **1452.** 320 т; 240 т. **1453.** 24 км/сағ; 20 км/сағ. **1454.** 80 бөлшек; 60 бөлшек. **1455.** 80 км/сағ; 70 км/сағ. **1456.** 6 км/сағ; 2 км/сағ. **1457.** 180 л; 130 л. **1459.** 5.



Теңдеулер жүйесін шешу тәсіліне назар аударындар.

Есеп. Екі санның қосындысы 21-ге, ал айырмасы 9-ға тең. Осы сандарды табындар. x – бірінші сан, y – екінші сан.

1) Теңдеулер жүйесін құрайық:

$$\begin{cases} x + y = 21, \\ x - y = 9; \end{cases}$$

2) Теңдеулердің сол жағын және оң жағын мүшелеп қосайық, сонда қосынды $2x=30$ – бір айнымалысы бар теңдеу, осыдан $x=15$;

3) Айнымалының табылған мәнін жүйедегі теңдеулердің қалаған біреуіне қойып, екінші айнымалының мәнін табу керек:

$$\begin{aligned} 15+y=21; \\ y=21-15; \\ y=6. \end{aligned} \quad \text{Тексеру: } \begin{cases} 15+6=21, \\ 15-6=9; \end{cases} \quad \begin{cases} 21=21, \\ 9=9. \end{cases}$$

Жауабы: $x=15$; $y=6$.

Осы тәсілмен $\begin{cases} x+2y=9, \\ x-2y=1 \end{cases}$

теңдеулер жүйесін шешіп үйреніндер.

10.5. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешу

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешуді қарастырайық.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешуде айнымалылардың коэффициенттеріне байланысты көбінесе мынадай жағдайлар кездеседі.

I жағдай. Теңдеулер жүйесіндегі айнымалылардың біреуінің коэффициенттері – қарама-қарсы сандар.

1-мысал.
$$\begin{cases} 3x - 2y - 6 = 0, \\ 6x + 2y - 30 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешейік.

Теңдеулердің сол және оң жақтарын мүшелеп қосайық:

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} 3x-2y=6, \\ 6x+2y=30 \end{array} \right. \\ \hline 9x = 36. \end{array}$$

Берілген жүйенің бір теңдеуін $9x=36$ теңдеуімен алмастырайық. Сонда алғашқы берілген (1) теңдеулер жүйесімен мәндес

$$\begin{cases} 9x = 36, \\ 6x + 2y = 30. \end{cases} \quad (2)$$

(2) теңдеулер жүйесі шығады, ондағы бірінші теңдеуден $x=4$. x -тің мәнін жүйенің екінші $6x+2y=30$ теңдеуіне қойсақ:

$$6 \cdot 4 + 2y = 30, 24 + 2y = 30, y = 3.$$

Теңдеулер жүйесінің бір ғана $x=4$, $y=3$ шешімі бар.

Қысқаша:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ + \\ 6x + 2y = 30 \end{cases}$$

$$9x = 36,$$

$$x=4; \quad 6 \cdot 4 + 2y = 30, \quad 2y = 6, \quad y = 3.$$

Жауабы: (4; 3).

II жағдай. Теңдеулер жүйесіндегі айнымалылардың біреуінің коэффициенттері тең.

2-мысал.
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16, \\ 2x + 7y = 20 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесін шешейік.

Теңдеулердің біреуінің екі жағын да -1 -ге көбейтіп, теңдеулерді мүшелеп қосу керек немесе теңдеулердің біреуінен екіншісін азайту керек:

$$\begin{cases} + \\ 2x + 5y = 16, \\ - 2x - 7y = -20 \end{cases} \quad \text{немесе} \quad \begin{cases} - \\ 2x + 5y = 16, \\ 2x + 7y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2y = -4, \\ y = 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -2y = -4, \\ y = 2. \end{array}$$

y -тің табылған мәнін жүйедегі теңдеулердің кез келген біреуіне қоямыз.

Мысалы,
$$\begin{aligned} 2x + 5 \cdot 2 &= 16, \\ 2x &= 16 - 10, \\ 2x &= 6, \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Жауабы: (3; 2).

III жағдай. Теңдеулер жүйесіндегі айнымалылардың ешқайсысының коэффициенттері өзара тең емес және қарама-қарсы сандар да емес.

3-мысал.
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 7x - 5y = 25 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесін шешейік.

Теңдеулер жүйесіндегі айнымалылардың біреуінің коэффициенттері қарама-қарсы сандар болатындай көбейткіштерді таңдап алу керек. Соған соң теңдеулердің әрқайсысының екі жағын да тиісті көбейткіштерге көбейтіп, берілген жүйені мөндес жүйемен алмастыру керек. 3-мысалдағы теңдеулер жүйесінің бірінші теңдеуінің екі жағын да 7-ге, екінші теңдеуінің екі жағын да -2 -ге көбейту керек:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 7x - 5y = 25 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 7 \\ \cdot (-2) \end{matrix} \quad \text{сонда} \quad \begin{cases} + 14x - 21y = 28, \\ - 14x + 10y = -50 \\ \hline - 11y = -22, \\ y = 2. \end{cases}$$

y -тің табылған мәнін жүйедегі теңдеулердің кез келген біреуіне қоямыз:

$$2x - 3 \cdot 2 = 4, \quad \text{Тексеру:}$$

$$2x = 4 + 6,$$

$$2x = 10,$$

$$x = 5.$$

Жауабы: (5; 2).

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешу үшін:

1) айнымалылардың біреуінің коэффициенттері (бірінші және екінші теңдеудегі) қарама-қарсы сандар болатындай көбейткіштерге (көбейткішке) жүйенің теңдеулерінің екі жағын да (бір теңдеуін) көбейту керек;

2) жүйе теңдеулерінің оң жақтарын және сол жақтарын мүшелер қосып немесе азайтып, оны бір айнымалысы бар теңдеуге айналдыру керек;

3) шыққан бір айнымалысы бар теңдеуді шешіп, айнымалының біреуінің мәнін табу керек;

4) айнымалылардың біреуінің табылған мәніне сәйкес екінші айнымалының мәнін табу керек.

Егер айнымалылардың біреуінің коэффициенттері қарама-қарсы сандар болса, онда жүйені шешуді бірден теңдеулерді мүшелер қосудан бастау керек.



1. Теңдеулер жүйесіндегі айнымалылардың біреуінің ғана коэффициенттері қарама-қарсы сандар болса, теңдеулер жүйесін қалай шешуге болады?

2. Айнымалылардың біреуінің сәйкес коэффициенттері өзара тең болса, теңдеулер жүйесі қалай шешіледі?

3. Айнымалылардың сәйкес коэффициенттері өзара тең де, қарама-қарсы сандар да болмаса, теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен қалай шешеді?

1460. 1) $\begin{cases} x + y = 12, \\ x - y = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 19, \\ -x + y = 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + y = 10, \\ x - y = 2 \end{cases}$

теңдеулер жүйелерінің қайсысына: а) $x=9; y=10$; ә) $x=7; y=5$;
б) $x=4; y=2$ мәндер жұбы шешім болады (а у ы з ш а)?

A

1461. Теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешіңдер:

1) $\begin{cases} 5x + y = 20, \\ 2x - y = 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ -2x + 5y = -18; \end{cases}$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y = 9, \\ 4x + 3y = 27; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + 4y = 39, \\ 2x - y = 15. \end{cases}$$

1462. Теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешіңдер:

$$1) \begin{cases} 7x + 2y = 9, \\ 5x + 2y = 11; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + 7y = 19, \\ x + 5y = 13; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 9x - 2y = -17, \\ x - 2y = 7; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 5x - 2y = 15, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

1463. Теңдеулер жүйесін шешіңдер:

$$1) \begin{cases} 3x + 5y = 16, \\ 2x + 3y = 9; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x - 5y = 23, \\ 2x + 3y = 9; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 9x - 7y = 95, \\ 4x + y = 34; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 6x + 5y = 0, \\ 2x + 3y = -8. \end{cases}$$

1464. Теңдеулер жүйесінің шешімі табыла ма, табылса, неше шешімі бар:

$$1) \begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ 6x - 15y = 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 7y = 19, \\ 2x + y = 12; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 5x - 3y = -3, \\ -5x + 3y = 8? \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін құрып, оны қосу тәсілімен шешіңдер (**1465–1472**).

1465. Екі санның арифметикалық ортасы 19-ға тең, айырмасы 4-ке тең. Осы сандарды табыңдар.

1466. Теплоход 2 сағ ағыспен жүзіп, 50 км қашықтыққа барды, 3 сағ ағысқа қарсы жүзіп, одан 10 км қашықтықты артық жүзді. Теплоходтың меншікті жылдамдығын, ағыс жылдамдығын табыңдар.

1467. Асхат қорадағы жайылып жүрген лақтардың және тауықтардың аяқтарын санағанда, барлығы 46 аяқ болды. Олардың бастарын санағанда, барлығы 17 болды. Асхаттың қорасында неше лақ, неше тауық жайылып жүр?

1468. Екі санның қосындысында 3 жүздік, 5 ондық және 4 бірлік бар. Осы екі санның айырмасында 3 ондық 6 бірлік бар. Бірінші санды, екінші санды табыңдар.

1469. Тік төртбұрыштың ені ұзындығынан 6 см қысқа, ал ұзындығы енінен 1,4 есе ұзын. Тік төртбұрыштың ұзындығы неше сантиметр? Ені неше сантиметр?

- 1470.** Екі балада 15 алма бар. Егер бірінші бала екінші балаға 4 алмасын берсе, оның өзінде екінші баладағыдан 2 есе кем алма қалады. Балалардың әрқайсысында неше алма бар?
- 1471.** Ұзындығы 120 м шеңбер бойымен екі бала бір жерден қарама-қарсы жүгірсе, 15 секундта кездеседі. Егер осы шеңбер бойымен балалар бірінен соң бірі жүгірсе, 1 мин өткен сайын кездесіп отырады. Балалардың әрқайсысының жылдамдығын табыңдар.
- 1472.** Моторлы қайық ағыспен жүзгенде 3 сағатта 105 м қашықтыққа барады, ал ағысқа қарсы жүзсе, 4 сағатта 116 км қашықтыққа барады. Ағыс жылдамдығы сағатына неше километр? Моторлы қайықтың меншікті жылдамдығы сағатына неше километр?

1473. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $7,2x + 4\frac{2}{5}x = 110,2 : 3,8;$ 3) $3,4 \cdot (0,4x + 0,2) + 1,52 = 8,32;$
- 2) $3\frac{3}{4}x \cdot \left(\frac{1}{3} + 0,4\right) = 1,1;$ 4) $44,62 : (7,8 + 0,5x) + 26,51 = 31,11.$

В

1474. Теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешіңдер:

- 1) $\begin{cases} 2x + 7y - 44 = 0, \\ 2x - 3y = -36; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 15x + 11y - 47 = 0, \\ 5x - y + 17 = 0; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} x - 8y - 17 = 0, \\ 3x + 4y - 23 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 8x - 9y - 21 = 0, \\ 3x - 2y - 12 = 0. \end{cases}$

1475. Теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешіңдер:

- 1) $\begin{cases} 0,2x + 15y = 9,8, \\ 0,75x - 10y = -3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 15x - 11y = 25, \\ 5x - 4y = 10; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} 0,3x - 0,5y = 0, \\ 0,1x + 2y = 6,5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 0,7x + 6y = 27,9, \\ 1,5x - 2y = -14,5. \end{cases}$

1476. Теңдеулер жүйесінің шешімін қосу тәсілімен табыңдар:

- 1) $\begin{cases} 2(x + 3y) + 9 = x + 6, \\ 3(x - 2y) = x + 30; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4(3x + y) - 1 = y - 2x, \\ 2(4x - y) + 19 = -x; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} 5(3x + 2) = 7 + 12y, \\ 4(x + y) + x = 31; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2(x + 2y) - 7y = 6, \\ 5(2x + y) - x = 2y + 60. \end{cases}$

1477. Теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешіңдер:

$$1) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2,5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 6, \\ \frac{x}{8} - \frac{y}{2} = -1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{x}{12} + \frac{y}{5} = 8, \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{7} = -2. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін құрып, оны қосу тәсілімен шешіңдер (1478–1486).

1478. Елдос пен Мираста 36 марка бар. Егер Елдос Мирасқа өз маркаларының 40% -ін берсе, Елдостың маркалары Мирастың маркаларынан 2 есе кем болады. Алғашқыда Елдоста неше марка, Мираста неше марка болды?

1479. Оқушы екі сан ойлады. Бірінші сан мен 2 еселенген екінші санның айырмасы 4-ке тең. Бірінші сан мен 3 еселенген екінші санның қосындысы 39-ға тең. Оқушы қандай сандарды ойлады?

1480. 2 қорапша кәмпит пен 4 орам жаңғақтың массасы 1,7 кг. 5 қорапша кәмпит пен 3 орам жаңғақтың массасы 2,15 кг.

- 1 қорапша кәмпиттің массасы неше грамм?
- 1 орам жаңғақтың массасы неше грамм?

1481. 7 қайықпен 31 адам өзеннің арғы жағасына өтулері керек. Қайықтар үшорындық және бесорындық. Осы адамдарды түгел өзеннің арғы жағасына өткізу үшін неше бесорындық, неше үшорындық қайық керек?

1482. $\frac{1}{2}$ м³ болат пен 0,3 м³ шойынның массасы 6 т. $0,3$ м³ болат пен $\frac{1}{2}$ м³ шойынның массасы 5,84 т. 1м³ болат 1м³ шойыннан қанша ауыр?

1483. Автобустың 3 сағатта жүрген жолын пойыз 2 сағатта жүреді. Саяхатшылар 4 сағ автобуспен және 3 сағ пойызбен жүргенде барлығы 408 км жол жүрді. Автобустың жылдамдығын және пойыздың жылдамдығын табыңдар.

1484. Өткен жылы 50 га жерге бидай және 30 га жерге қарабидай егіліп, 990 ц өнім алынды. Осы жылы 20 га жерге бидай және 40 га жерге қарабидай егіліп, 760 ц өнім алынды. Екі жылдағы егіс өнімдері бірдей деп есептегенде 1 га жерден неше центнер бидай және 1 га жерден неше центнер қарабидай алынды?

1485. (Өзіл есеп.) Хорға қатысқан қыздардың $\frac{1}{3}$ -і, ұлдардың $\frac{1}{4}$ -і өлеңді айқайлап айтты. Қалғандары ауыздарын жыбырлатып тұрды. Өлеңді айқайлап айтқан қыздар мен ұлдардың саны 8. Өлеңді айқайлап айтқан қыздардың ұлдардан 2-уі артық. Хорға неше қыз, неше ұл қатысты?



1486. Екі санның айырмасының 50% -і 9,5-ке тең. Бірінші санның 25% -і екінші саннан 44-ке кем. Осы сандарды табыңдар.
 A. 75; 56; B. 84; 65; C. 72; 53; D. 80; 61.

1487. Өрнектің мәнін табыңдар:

- 1) $8x + 8y - 3\frac{2}{5}$, мұндағы $x + y = 1,25$;
- 2) $\left(0,4x - \frac{2}{5}y\right) \cdot 9,8$, мұндағы $x - y = 3,5$;
- 3) $12\frac{4}{5}x \cdot 1,25y$, мұндағы $x \cdot y = \frac{5}{8}$;
- 4) $\left(\frac{3}{5}x + 0,6y\right) \cdot 2,25$, мұндағы $x + y = 2\frac{2}{9}$.

C

1488. Теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешіңдер:

- | | |
|--|--|
| 1) $\begin{cases} \frac{x+7}{3} - \frac{y-8}{5} = 3, \\ \frac{x+5}{4} + \frac{y+9}{3} = 5; \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} \frac{x+7}{4} + \frac{y-5}{2} = -1, \\ \frac{x+10}{3} - \frac{y+8}{5} = 4; \end{cases}$ |
| 2) $\begin{cases} \frac{x+9}{3} - \frac{y+8}{6} = 3, \\ \frac{x+11}{7} + \frac{y+6}{2} = 4; \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} \frac{x-9}{3} - \frac{y+10}{2} = 0, \\ \frac{x-7}{4} + \frac{y+10}{8} = -1,5. \end{cases}$ |

1489. Теңдеулер жүйесінің шешімін табыңдар:

- | | |
|--|--|
| 1) $\begin{cases} \frac{x+y}{8} + \frac{y}{2} = 4, \\ \frac{x}{10} - \frac{x-y}{5} = 1; \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{4} = -3, \\ \frac{y}{2} - \frac{x+y}{5} = 0. \end{cases}$ |
|--|--|

1490. Теңдеулер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} \frac{x+4y}{9} - \frac{x-2y}{3} = 0, \\ \frac{x+7y}{4} + \frac{x+y}{6} = 4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x+2y}{10} - \frac{x+4y}{3} = -8, \\ \frac{2x-3y}{2} - \frac{x+y}{6} = 0. \end{cases}$$

1491. Теңдеулер жүйесін шешіндер:

$$1) \begin{cases} x+y = \frac{3x+2y}{4} + 3, \\ 3(x-y) - 6 = \frac{x+5y}{7}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x-y = \frac{3x+y}{8} + 10, \\ x+4y = \frac{x+5y}{2} + 16. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін құрып, оны қосу тәсілімен шешіндер (**1492–1498**).

1492. Арақашықтығы 200 км екі елді мекеннен бір уақытта бір-біріне қарам-қарсы автомобиль және мотоцикл шықса, олар 2 сағаттан соң кездеседі. Егер осы екі елді мекеннен бір уақытта автомобиль мотоциклді қуалай шықса, автомобиль мотоциклге 5 сағатта жетеді. Автомобильдің жылдамдығын табындар. Мотоциклдің жылдамдығын табындар.

1493. Екі санның арифметикалық ортасы 175-ке тең. Егер бірінші санды екінші санға бөлсек, бөліндіде 3 шығады және 30 қалдық қалады. Осы сандарды табындар.

A. 260; 90; B. 270; 80; C. 180; 170; D. 200; 150.

1494. Екі кітап сөресінде 92 кітап бар. Екінші сөредегі кітаптардың $\frac{1}{3}$ -ін бірінші сөреге қойғанда бірінші сөреде екінші сөреге қарағанда 20 кітап артық болды. Алғашқыда бірінші сөреде неше кітап болған? Екінші сөреде неше кітап болған?

1495. Саяхатшы *A* пунктiнен *B* пунктiне 35 км/сағ жылдамдықпен мотоциклмен барды. Ал қайтарда ол 14 км/сағ жылдамдықпен велосипедпен қайтты. Саяхатшы *A* пунктiнен *B* пунктiне 2,8 сағатта барып қайтты. Саяхатшының *A* пунктiнен *B* пунктiне бару уақытын табындар. *B* пунктiнен *A* пунктiне қайту уақытын табындар.

1496. Теплоход 2 сағ ағыспен жүзіп және 3 сағ ағысқа қарсы жүзіп, 132 км қашықтыққа барды. Оның 3 сағ ағыспен жүзіп баратын қашықтығы 4 сағ ағысқа қарсы жүзіп баратын қашықтығынан 6 км кем. Теплоходтың ағыспен жүзгендегі жылдамдығын, ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығын табындар.

1497. Бірінші санның 80% -і мен екінші санның 50% -інің қосындысы 22-ге тең. Бірінші санның $\frac{2}{3}$ -сі екінші санның $\frac{1}{4}$ -інен 5-ке артық. Бірінші санды табыңдар. Екінші санды табыңдар.

1498. Екі тік төртбұрыш берілген. Бірінші тік төртбұрыштың ені 7 см, ал екінші тік төртбұрыштың ені 13 см. Екеуінің аудандарының қосындысы 146 см². Бірінші тік төртбұрыштың ені 3 есе артырылды, ал екінші тік төртбұрыштың ені 5 см қысқартылды. Сонда екі тік төртбұрыштың аудандарының қосындысы алғашқыдан 44 см² артық болды. Тік төртбұрыштардың әрқайсысының ұзындығын табыңдар.

1499. Амалдарды орындаңдар:

$$\frac{4\frac{2}{5} \cdot 1,5 + 31,5 : 4\frac{1}{2}}{\frac{12}{25} - 0,28} : \frac{17,1 + 3\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}}{0,5 \cdot \left(2\frac{3}{20} + 7,15\right)}$$

- ▲ **1461.** 1) (3; 5); 2) (6; 1); 3) (4; -2); 4) (11; 7). **1462.** 1) (-1; 8); 2) (-3; -5); 3) (-2; 3); 4) (1; -5). **1463.** 1) (-3; 5); 2) (9; -2); 3) (6; -1); 4) (5; -6). **1465.** 21 саны; 17 саны. **1466.** 22,5 км/сағ; 2,5 км/сағ. **1467.** 6 лақ; 11 тауық. **1471.** 5 м/с; 3 м/с. **1472.** 3 км/сағ; 32 км/сағ. **1473.** 1) 2,5; 2) 0,4; 3) 4,5; 4) 3,8. **1474.** 1) (-6; 8); 2) (9; -1); 3) (-2; 7); 4) (6; 3). **1475.** 1) (4; 0,6); 2) (5; 3); 3) (-2; -5); 4) (-3; 5). **1476.** 1) (9; -2); 2) (3; 4); 3) (-1; 5); 4) (6; 2). **1477.** 1) (9; 6); 2) (24; 8); 3) (6; 8); 4) (12; 35). **1479.** 18 саны, 7 саны. **1481.** 5 қайық, 2 қайық. **1482.** 0,8 т ауыр. **1483.** 48 км/сағ; 72 км/сағ. **1484.** 12 ц бидай; 13 ц қара бидай. **1485.** 15 қыз; 12 ұл. **1488.** (-1; 3); 2) (3; -2); 3) (5; -3); 4) (-3; -2). **1489.** 1) (2; 6); 2) (12; 8). **1490.** 1) (5; 1); 2) (10; 5). **1491.** 1) (6; 3); 2) (11; 7). **1495.** 0,8 сағ; 2 сағ. **1496.** 30 км/сағ; 24 км/сағ. **1497.** 15 саны; 20 саны. **1498.** 6 см; 8 см. **1499.** 17.

I. 5-СЫНЫП ТАҚЫРЫШТАРЫН ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

Натурал сандардың бөлінгіштігі

- 1500.** 1) 6, 12, 36, 45 сандарының белгіштерін жазыңдар.
2) 15 және 40; 36 және 60; 75 және 100 сандарының ең үлкен ортақ бөлгішін жазыңдар.
- 1501.** 3 және 7, 12 және 15, 30 және 18 сандарының ең кіші ортақ еселігін жазыңдар.

- 1502.** 17, 25, 41, 71, 80, 109, 150, 151 сандарынан жай сандарды бөлек, құрама сандарды бөлек жазыңдар.
- 1503.** Тікбұрышты параллелепипедтің көлемі: 1) 273 см^3 ; 2) 385 см^3 . Тікбұрышты параллелепипедтің өлшемдерін табыңдар.
- 1504.** 2, 3, 5, 7 цифрларын бір рет қана пайдаланып:
1) 2-ге бөлінетін; 2) 3-ке бөлінетін; 3) 5-ке бөлінетін екі таңбалы сандарды жазыңдар.
- 1505.** Орамдағы сымды 6 метрден және 8 метрден қалдықсыз бөлу үшін орамда кемінде неше метр сым болуы керек?
Жай бөлшектер, ондық бөлшектер және оларға амалдар қолдану.

Жай бөлшектер және оларға амалдар қолдану

- 1506.** 1) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{8}{15}$ бөлшектерін бөлімі 60-қа тең бөлшек түрінде жазыңдар.
2) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{15}$ бөлшектерін ең кіші ортақ бөлімге келтіріп жазыңдар.
- 1507.** Ондық бөлшек түрінде жазуға болатын жай бөлшектерді теріп жазыңдар. Оларды ондық бөлшек түрінде жазыңдар:
 $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{7}{30}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{9}{50}$.
- 1508.** Жай бөлшектерді ондық бөлшек түрінде жазып, есептеңдер:
1) $4\frac{3}{5} \cdot 1,6 + 2,4$; 3) $2\frac{4}{25} + 1,8 \cdot \frac{3}{10}$; 5) $1\frac{7}{10} + 2\frac{1}{4} \cdot 1,2$;
2) $5,8 \cdot 3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$; 4) $3\frac{7}{20} - 1,5 \cdot \frac{1}{2}$; 6) $9\frac{9}{20} - \frac{3}{5} \cdot 7$.
- 1509.** Қоспаның $\frac{7}{20}$ -сі күміс, қалғаны басқа металдар. Қоспаның құрамындағы күміс 27,3 г болса, қоспаның құрамындағы басқа металдар неше грамм?
- 1510.** Катер 84 км қашықтықты өзенде ағыспен 4 сағ, ал ағысқа қарсы $5\frac{3}{5}$ сағ жүзеді. Катердің меншікті жылдамдығын табыңдар.

- 1511.*** Оқушы бірінші күні кітаптың $\frac{1}{7}$ -ін оқыды, екінші күні қалғанының $\frac{2}{3}$ -сін оқыды. Сонда оқушының оқыған беттері оқымаған беттерінен 36 бет артық болды. Кітапта барлығы неше бет болған?
- 1512.** Кеме $3\frac{1}{2}$ сағ ағыспен және $4\frac{1}{5}$ сағ ағысқа қарсы жүзді. Ол барлығы 159,67 км қашықтыққа жүзіп өтті. Өзен ағысының жылдамдығы 2,9 км/сағ. Кеменің меншікті жылдамдығын табыңдар.

Проценттер

- 1513.** Автобус 50 км/сағ жылдамдықпен 3 сағ жүрген соң, жылдамдығын 20% арттырып, 2 сағ жүрді. Автобус барлығы неше километр жол жүрді?
- 1514.** Қорытпаның 67%-і мыс, қалғаны мырыш. 750 кг қорытпада қанша мырыш бар?
- 1515.** Тік төртбұрыштың ұзындығын 30% қысқартып, енін 30% ұзартқанда, оның ауданы қалай өзгереді? Неше процентке өзгереді?
- 1516.** Жұмысшы бір күнде 360 бөлшек дайындады, бұл күндік мөлшердің 150%-і еді. Жұмысшының күндік мөлшері қандай?
- 1517*.** 600 г тұзды судың 15%-і тұз. Осы судағы тұз 10% болу үшін оған неше грамм су құю керек?
- 1518*.** 15 т шойын рудасының құрамындағы темір 80%. Шойын рудасына 5 т темірді қосып қорытқанда ондағы темір неше процент болады?
- 1519.** 30 кг алмадан 4,8 кг кептірілген алма алынды. Кептірілген алманың 10%-і су. Алманың неше проценті су?

▲ **1503.** 3 см; 7 см; 13 см. **1509.** 50,7 г. **1510.** 18 км/сағ. **1511.** 84 бет.
1512. 21 км/сағ. **1513.** 270 км. **1515.** 9%-ке кемиді. **1517.** 300 г.
1518. 85%. **1519.** 85,6%-і су.

II. 6-СЫНЫП ТАҚЫРЫПТАРЫН ЖЫЛДЫҚ ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

Қатынастар және пропорциялар

1520. Қатынастың белгісіз мүшесін табыңдар:

- 1) $x : 12 = 8$; 3) $42 : x = 3$; 5) $95 : x = 5$;
2) $x : 0,9 = 4$; 4) $28 : x = 4$; 6) $7,2 : x = 1,8$.

1521. Жездің құрамындағы мыс пен мырыштың массаларының қатынасы $3 : 2$ қатынасындай. 360 г жез құрамында неше грамм мыс бар? Неше грамм мырыш бар?

1522. Жерге себілген 300 пияз тұқымының 195 -і өнді. Пияз тұқымының өнімділігі неше процент болды?

1523. Мына бөлшек сандардың қатынасын бүтін сандардың қатынасы түрінде жазыңдар:

- 1) $\frac{1}{6} : \frac{2}{5}$; 2) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{4} : \frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{2} : \frac{5}{8}$; 5) $\frac{5}{12} : \frac{1}{5}$; 6) $\frac{3}{8} : \frac{1}{4}$.

1524. Пропорция түрінде жазыңдар:

- 1) $5 \cdot 84 = 12 \cdot 35$; 3) $7 \cdot 60 = 15 \cdot 28$; 5) $6 \cdot 65 = 13 \cdot 30$;
2) $4 \cdot 27 = 3 \cdot 36$; 4) $9 \cdot 55 = 45 \cdot 11$; 6) $4 \cdot 114 = 19 \cdot 24$.

1525. Пропорцияның белгісіз мүшесін табыңдар:

- 1) $\frac{6}{11} = \frac{x}{55}$; 3) $\frac{x}{15} = \frac{24}{90}$; 5) $\frac{x}{19,5} = \frac{2}{3}$;
2) $\frac{3}{8} = \frac{45}{x}$; 4) $\frac{8}{x} = \frac{104}{117}$; 6) $\frac{37,8}{x} = \frac{7}{15}$.

1526. x -ті табыңдар:

- 1) $\frac{3x}{32} = \frac{7,5}{20}$; 3) $\frac{10,5}{2x} = \frac{18,9}{9}$; 5) $\frac{8x}{0,5} = \frac{8,4}{0,15}$;
2) $\frac{8}{9} = \frac{0,2x}{0,45}$; 4) $\frac{18,2}{5,6} = \frac{19,5}{4x}$; 6) $\frac{6}{7} = \frac{3,5x}{24,5}$.

1527. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $\frac{4x + 23}{5,4} = \frac{8,5}{1,7}$; 3) $\frac{5}{12} = \frac{3}{1,3x + 2}$; 5) $\frac{15}{27} = \frac{9}{8x + 4,2}$;
2) $\frac{5}{6} = \frac{3x + 1,5}{9}$; 4) $\frac{1,4}{2x + 1} = \frac{4,6}{23}$; 6) $\frac{5x - 0,8}{16} = \frac{3,4}{17}$.

- 1528.** Тапсырманы 4 жұмысшы 9 күнде орындайды.
 1) Тапсырманы 3 жұмысшы неше күнде орындайды?
 2) Тапсырманы 6 күнде орындау үшін неше жұмысшы қажет?
- 1529.** Дыбыс 5 секундта 1,7 км қашықтыққа барады.
 1) Дыбыс 2 секундта қанша қашықтыққа барады?
 2) Найзағайдың дыбысы найзағай болған жерден 2,72 км қашықтыққа неше секундта естіледі?
- 1530.** Бөлменің қабырғаларына ені 0,5 м болатын 72 м тұсқағаз жапсырылады.
 1) Егер тұсқағаздың ені 0,6 м болса, осы бөлменің қабырғаларына жапсыру үшін неше метр тұсқағаз керек?
 2) Егер осы бөлменің қабырғаларына 90 м тұсқағаз жұмсалатын болса, тұсқағаздың ені неше метр болуы керек?
- 1531.** Картада A және B қалаларының арақашықтығы 2,6 см, ал B және C қалаларының арақашықтығы 3,7 см. B және C қалаларының нақты арақашықтығы 296 км.
 1) Картаның масштабын табыңдар.
 2) A және B қалаларының нақты арақашықтығын табыңдар.

Рационал сандар және оларға амалдар қолдану

- 1532.** 1 см-ді бірлік кесінді ретінде алып, координаталық түзу сызыңдар.
 1) Координаталық түзуде $A(-5)$; $B(-3)$; $C(1)$ және $D(4)$ нүктелерін белгілеңдер.
 2) Координаталары A , B , C және D нүктелерінің координаталарына қарама-қарсы сан болатын A_1 , B_1 , C_1 және D_1 нүктелерін белгілеп, олардың әрқайсысын координаталарымен жазыңдар.
- 1533.** x -тің мәнін табыңдар, егер:
 1) $-x = -\frac{3}{4}$; 2) $-x = -2\frac{4}{5} : 1\frac{3}{4}$; 3) $-x = 9,3 : 3$; 4) $-x = -\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$ болса.
- 1534.** Координаталық түзудегі $-5,8$ және $4,3$ сандарының аралығындағы:
 1) натурал сандарды жазыңдар;
 2) бүтін сандарды жазыңдар.
- 1535.** Координаталық түзуде:
 1) 2 санынан; 2) -3 санынан оң бағытта 4 бірлік кесіндіге тең қашықтықта қандай сан кескінделеді?
- 1536.** Мына теңсіздіктерді қанағаттандыратын бүтін сандарды жазыңдар:
 1) $-15 < x < 7$; 2) $-9,6 < y < 11$; 3) $-8 < x < 9$.

1537. Теңдеуді шешіңдер:

- 1) $|x| = 7$; 3) $|x + 1| = 3$; 5) $|x - 1| = 6$;
 2) $|2x| = 8$; 4) $|x| = -5$; 6) $|x + 2| = 9$.

1538. Өрнектің мәнін табыңдар:

- 1) $\left| -\frac{3}{5} \right| + \left| -\frac{1}{2} \right|$; 3) $\left| -4\frac{2}{3} \right| \cdot \left| \frac{3}{7} \right|$; 5) $|8,1| : |-2,7|$;
 2) $|-3,24| : |4|$; 4) $|9,7| - |-5,6|$; 6) $|-0,3| \cdot |-3,1|$.

1539. Сандарды салыстырыңдар:

- 1) $\left| -5\frac{3}{8} \right|$ және $-5\frac{3}{8}$; 3) $-\frac{1}{|-4|}$ және $\frac{1}{4}$;
 2) $\left| -\frac{1}{6} \right|$ және 6; 4) $\frac{3}{\left| -\frac{1}{5} \right|}$ және $\frac{2}{\left| -\frac{1}{3} \right|}$.

1540. Есептеңдер:

- 1) $15 + (-9)$; 3) $-\frac{1}{5} + \left(-\frac{1}{6} \right)$; 5) $-4,5 - (-3,8)$;
 2) $-8,3 + (-1,7)$; 4) $-1,8 + (-2,9)$; 6) $-\frac{5}{12} - \left(-\frac{3}{4} \right)$.

1541. Ауаның температурасын алғаш өлшегенде $a^\circ\text{C}$ еді, ол $b^\circ\text{C}$ -қа өзгерді. Ауаның соңғы температурасы неше градус? Координаталық түзуді пайдаланып, есептеңдер:

- 1) $a=+15$; $b=-2$; 2) $a=-3$; $b=-1$; 3) $a=-1$; $b=+2$; 4) $a=-6$; $b=-3$.

1542. Өзен суының деңгейі кеше a см, ал бүгін b см болды. Өзен суының деңгейі бүгін кешегімен салыстырғанда қаншаға өзгерді? Мұндағы:

- 1) $a=225$; $b=232$; 2) $a=252$; $b=235$.

1543. Координаталық түзудегі AB кесіндісінің ұзындығын табыңдар:

- 1) $A(-3)$ және $B(2)$; 3) $A(-2)$ және $B(0)$;
 2) $A(-5)$ және $B(-1)$; 4) $A(-4)$ және $B(-7)$.

1544. Координаталық түзудегі AB кесіндісінің қақ ортасы – $C(-3)$ нүктесі. AB кесіндісінің ұзындығын бірлік кесінді есебімен табыңдар:

- 1) $A(-8)$; 2) $A(-5)$; 3) $B(2)$; 4) $B(1)$.

1545. Есептеңдер:

- 1) $3,1 \cdot (-2)$; 3) $-5,6 \cdot (-0,7)$; 5) $(-2,4)^2 : 8 - 1$;
 2) $31 : (-6,2)$; 4) $-25,9 : (-5)$; 6) $9,6 : (-1,6) + 4,9$.

1546. Теңдеуді шешіңдер:

$$1) \frac{2x+5,2}{3} = \frac{4,1}{1,5}; \quad 3) \frac{8}{12,8} = \frac{x-3}{3,2};$$

$$2) \frac{1,8}{x+1} = \frac{0,9}{2,5}; \quad 4) \frac{3x-2,2}{8} = \frac{3,4}{4}.$$

1547. Компьютердің бағасы алғашқы бағасының $\frac{1}{5}$ -іне арзандады. Компьютердің алғашқы бағасы соңғы бағасынан неше есе артық?
A. 1,3 есе; **B.** 1,35 есе; **C.** 1,25 есе; **D.** 1,2 есе.

1548. Әлияның ойлаған санын -6 -ға көбейтіп, оған $8\frac{4}{5}$ -ті қосқанда қосынды $-67,44$ -ке тең болды. Әлия қандай сан ойлады?

Алгебралық өрнектер

1549. Өріптің қандай мәндерінде алгебралық өрнектің мағынасы болады:

$$1) \frac{3}{x}; \quad 2) \frac{4}{x-2}; \quad 3) \frac{a}{5+a}; \quad 4) \frac{8a}{9-a}?$$

1550. Алгебралық өрнек түрінде жазыңдар:

- 1) x және y сандарына кері сандардың қосындысы;
- 2) a саны мен b санының қосындысының олардың айырмасына қатынасы;
- 3) x және y сандарының қосындысына қарама-қарсы сан.

1551. Алгебралық қосылғыштардағы жақшаларды ашып, өрнектерді ықшамдаңдар:

- 1) $5a+(-8b)+(-7c)+(-2a)+3b+c$;
- 2) $3n+6m+(-15k)+(-n)+(-5m)+8k$;
- 3) $8,2a+(-4b)+10,3c+(-4a)+(-9,5b)+(-8c)$.

1552. Ұқсас қосылғыштарды біріктіріп, өрнектерді ықшамдаңдар:

- 1) $5,3x+8-7,2y-2,5x+10y-9,4$; 3) $0,3x-9y-1,5+6,2x-5,6y+4$.
- 2) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{7}b - \frac{3}{4}c + \frac{1}{2}a - 2b + 4c$;

1553. Өрнектерді ықшамдаңдар. Коэффициентін анықтаңдар:

- 1) $6a \cdot (-2b) \cdot (-c)$; 3) $-0,5a \cdot (-7b) \cdot (-2c)$;
- 2) $-\frac{5}{6}a \cdot \left(-\frac{4}{5}b\right) \cdot \frac{3}{8}$; 4) $-4m \cdot 0,8c \cdot (-5d)$.

- 1554.** Жақшаларды ашып, ұқсас қосылғыштарды біріктіріңдер.
 Өрнектің мәнін табыңдар:
 1) $12(x+3)-5x-21$, мұндағы $x=0,5$;
 2) $-3(8,2y-7)+4,6y$, мұндағы $y=1,6$;
 3) $0,9(4x+3)-(1,6x-0,3)$, мұндағы $x=-1$;
 4) $7(x+5)-2(x-3)$, мұндағы $x=-3$.

Есептің шығару өрнегін құрастырыңдар (**1555, 1556**).

- 1555.** Берілген санды разряд бірліктеріне жіктегенде 6 жүздіктің, a ондықтың және 5 бірліктің қосындысы түрінде жазылады. Берілген сан 45-ке бөлінуі үшін, a -ның орнында қандай цифр болуы қажет?

- 1556*.** Тұзды судың екі ерітіндісінен қоспа даярланды. Бірінші ерітіндінің массасы 400 г, ондағы тұз 25%, ал екінші ерітіндінің массасы 200 г, ондағы тұз 10%.

- 1) Бірінші ерітіндідегі тұз неше грамм?
- 2) Екінші ерітіндідегі тұз неше грамм?
- 3) Қоспа ерітіндінің массасы неше грамм?
- 4) Қоспа ерітіндідегі тұз неше грамм?
- 5) Қоспа ерітіндінің неше проценті тұз?

Есептің шығару өрнегін құрастырып, мәнін табыңдар (**1557, 1558**).

- 1557.** Тік бұрышты параллелепипедтің табанының ауданы S см², оның биіктігі h см. Тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңдар. Мұндағы $S = 56$ см²; $h = 5$ см.

- 1558.** Көл жағасындағы арақашықтығы 110 км екі айлақтан бір уақытта бір-біріне қарама-қарсы екі моторлы қайық шықты. Бірінші моторлы қайықтың жылдамдығы a км/сағ, екінші моторлы қайықтың жылдамдығы b км/сағ. Олар неше сағаттан соң бір-бірімен кездеседі? Мұндағы $a=20$; $b=24$.

Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер

- 1559.** Теңдеудің түбірін табыңдар:

| | | |
|-------------------|-----------------------|---|
| 1) $2x-5=x+1$; | 3) $7(x+6)=4(5x+4)$; | 5) $\frac{1}{6}(x+9) = -\frac{1}{3}x$; |
| 2) $3(x-5)=x+3$; | 4) $1,5(x+8)=-4x+1$; | 6) $\frac{3}{4}(x+8) = 2x+1$. |

- 1560.** Теңдеуді шешіңдер:

| | |
|---|---|
| 1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{5}{12} + \frac{x}{6}$; | 3) $\frac{x}{3} - \frac{x}{15} = \frac{x}{5} + \frac{2}{3}$; |
| 2) $\frac{x}{5} + \frac{x}{4} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$; | 4) $\frac{x}{8} - \frac{x}{6} = \frac{x}{4} - \frac{7}{8}$. |

- 1561.** Ұзындығы 30 см AB кесіндісінде C нүктесі белгіленген. AC кесіндісінің 25%-і CB кесіндісінің $\frac{1}{6}$ -іне тең. AC кесіндісінің ұзындығын табыңдар.
- 1562.** Катер ағыс жылдамдығы 2 км/сағ өзенмен жүзіп, бірінші айлақтан екінші айлаққа 4,5 сағатта барып қайтты. Катердің меншікті жылдамдығы 18 км/сағ. Екі айлақтың арасы неше километр?
- 1563*.** Екі таңбалы сандағы ондықтар саны бірліктер санынан 3 есе артық. Егер оның цифрларының орындарын ауыстырсақ, одан шыққан сан алғашқы саннан 54-ке кем болады. Ол қандай сан?
- 1564.** Барлық қант 75 қалтаға салынды. Барлық қанттың жартысы қалталардың әрқайсысына 1 кг-нан салынса, қалғаны қалталардың әрқайсысына 0,5 кг-нан салынды. Қант 1 кг-нан неше қалтаға салынған еді? Барлығы неше килограмм қант қалталарға салынды?
- 1565.** Теңдеуді шешіңдер:
- 1) $|y|+2=6$; 3) $3|x|-2=2|x|+3$; 5) $4|x|-7=-2|x|+5$;
 2) $|y|+3=8$; 4) $9+2|x|=12-|x|$; 6) $3|x|-8=|x|+4$.
- 1566.** Теңдеуді шешіңдер:
- 1) $|x+7|=0$; 3) $|x-7|=0$; 5) $|4x+1|=11$;
 2) $|3x-5|=0$; 4) $|5-2x|=0$; 6) $|2-5x|=3$.
- 1567.** Теңдеуді шешіңдер:
- 1) $2x|x|=6x$; 2) $3x|x|=-15x$;
 3) $|x|=-3|x|$; 4) $3x|x|+x|x|=8|x|$.

Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер және олардың жүйелері

- 1568.** a және b сандарын айырмасы бойынша салыстырыңдар:
- 1) $a-b=9$; 3) $a-b=0$; 5) $a-b=-1,2$;
 2) $a-b=-5$; 4) $a-b=0,8$; 6) $a-b=15$.
- 1569.** Санды теңсіздіктерді қосуды орындаңдар:
- 1) $4 > -7$ және $9 > 5$; 3) $-11 < -3$ және $2 < 5$;
 2) $-9 < 2$ және $3 < 6$; 4) $2 > -7$ және $3 > -1$.
- 1570.** Санды теңсіздіктерді көбейтуді орындаңдар:
- 1) $2 < 5$ және $4 < 8$; 3) $\frac{1}{2} > \frac{1}{7}$ және $22 > 14$;
 2) $0,9 > 0,4$ және $5 > 3$; 4) $\frac{1}{9} < \frac{7}{10}$ және $9 < 10$.

1571. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешіңдер:

$$\begin{array}{lll} 1) 3x+7>13; & 3) 16-4x<0; & 5) \frac{x-3}{2} > \frac{x+1}{4}; \\ 2) 5x-15>0; & 4) 6(x+1)>5x+3; & 6) \frac{2x+1}{5} > \frac{x-4}{3}. \end{array}$$

1572. Теңсіздікті шешіңдер:

$$\begin{array}{lll} 1) |x|\leq 4; & 3) |x-1|\geq 15; & 5) |1-x|>0,9; \\ 2) |x+1|\leq 10; & 4) |x+2|\leq 11; & 6) |3-x|\geq 0,7. \end{array}$$

1573. $\frac{1}{a}$ өрнегінің мәнін бағалаңдар:

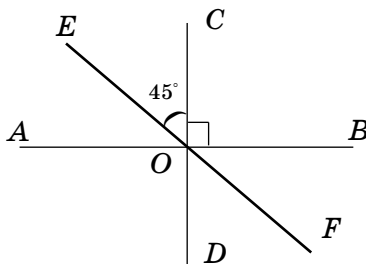
$$1) 4 < a < 7; \quad 2) 9 < a < 13; \quad 3) \frac{1}{7} < a < \frac{1}{4}; \quad 4) \frac{1}{10} < a < \frac{1}{8}.$$

1574. Координаталық түзуде кескіндеңдер және белгіленуімен жазыңдар:

- 1) сан аралықтарының қиылысуын:
 а) $[-2; 4]$ және $[1; 6]$; ө) $(-\infty; 1)$ және $(-7; +\infty)$;
 б) $(-9; 9)$ және $(-3; 11)$.
 2) сан аралықтарының бірігуін:
 а) $[-2; 3]$ және $[1; 6]$; ө) $(-\infty; -4)$ және $(5; +\infty)$;
 б) $[-4; 3]$ және $[2; 9]$.

Координаталық жазықтық

1575. AB , EF және CD түзулері O нүктесінде қиылысады және $AB \perp CD$, $\angle EOC = 45^\circ$. AOE және DOF бұрыштарының градустық өлшемдерін табыңдар (1-сурет).



1-сурет

1576. Дәптерге үш жұп параллель қабырғалары бар $ABCDEF$ алты бұрышты фигураны салыңдар.

1577. Координаталық жазықтықта:

- 1) $A(2; 4)$ және $B(6; 2)$ нүктелерін белгілеп, AB түзуін жүргізіңдер;

- 2) $C(2; 2)$ нүктесін белгілеп, осы нүкте арқылы AB түзуіне параллель EF түзуін жүргізіңдер;
 3) EF түзуінің абсциссалар осімен қиылысу нүктесін тауып, оны координатасымен жазыңдар.

- 1578.** $ABCD$ тік төртбұрышының $A(-2; 5)$, $B(4; 5)$ төбелері және симметрия центрі $E(1; 2)$ берілген. $ABCD$ тік төртбұрышының C және D төбелерінің координаталарын табыңдар. $ABCD$ тік төртбұрышын салыңдар.

Статистика. Комбинаторика

- 1579.** Автомобиль бірінші сағатта 62 км/сағ жылдамдықпен, екінші сағатта 75 км/сағ жылдамдықпен, үшінші сағатта 58 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Автомобильдің орташа жылдамдығын табыңдар.
- 1580.** Координаталық сәуле бойындағы координатасы $A(4)$ және $B(10)$ нүктелері координаталарының арифметикалық ортасы болатын C нүктесін кескіндеңдер. C нүктесінің координатасы неге тең?
- 1581.** Кестені толтырыңдар:

| Бірінші сан | Екінші сан | Үшінші сан | Арифметикалық ортасы |
|-------------|------------|------------|----------------------|
| 7,8 | 2,63 | 4,1 | |
| 9,25 | 5,2 | | 7,65 |
| | 20,3 | 18,07 | 19,1 |

- 1582.** Теплоходтың жылдамдығы 30,1 км/сағ, ағысқа қарсы жылдамдығы 24,4 км/сағ. Теплоходтың меншікті жылдамдығын табыңдар.
- 1583.** Асланның осы тоқсанда математикадан алған бағалары: 4, 5, 4, 4, 3, 4:
 Асланның математикадан алған бағаларының модасы неге тең, өзгеру ауқымы неге тең?
- 1584.** x санын табыңдар:

$$\frac{8,7 + 9,3 + 5,2 + x}{4} = 7,4.$$
- 1585.** Мұз айдынында мәнерлеп билеуге қатысушының алған ұпайлары: 5,6; 5,6; 5,4; 5,5; 5,3; 5,2; 5,2. Мұз айдынында мәнерлеп билеуге қатысушының алған ұпайларының медианасын табыңдар.

- 1586.** Көктемгі демалыс кезінде сынып оқушылары циркке, театрға және табиғатқа серуендеуге шықпақшы болды. Олар демалыс уақыттарын неше нұсқада өткізе алады?
- 1587.** Гүлназда ақ, жасыл, сары, қызыл кофталар және сұр, қара, көк юбкалар бар. Гүлназ кофталары мен юбкаларын неше түрлі тәсілмен ауыстырып киіне алады?

**Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер
және олардың жүйелері**

- 1588.** Теңдеудің графигін салыңдар:

| | | |
|-------------------------|---------------------|-------------------|
| 1) $y = -3x + 2$; | 3) $y = 1,5x + 4$; | 5) $y = 2x$; |
| 2) $y = \frac{3}{4}x$; | 4) $y = -x - 5$; | 6) $y = 2x + 3$. |

- 1589.** D нүктесі $4x + 3y = 12$ теңдеуінің графигіне тиісті. Берілген теңдеудің графигін салыңдар. Графиктен: 1) D нүктесінің ординатасы 8-ге тең болғандағы оның абсциссасын табыңдар. 2) D нүктесінің абсциссасы 6-ға тең болғандағы оның ординатасын табыңдар.

- 1590.** Теңдеулер жүйесін шешіңдер:

| | | |
|--|---|--|
| 1) $\begin{cases} x + y = 7, \\ 3x + 2y = 16; \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} 5x + y = -2, \\ 7x + 4y = 5; \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} 2x - 7y = 20, \\ 4x + y = 10. \end{cases}$ |
|--|---|--|

- ▲ **1526.** 1) 4; 2) 2; 3) 2,5; 4) 1,5; 5) 3,5; 6) 6. **1527.** 1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 3; 5) 1,5; 6) 0,8. **1529.** 2) 8 секунда. **1530.** 1) 60 м; 2) 0,4 м. **1531.** 1) 208 км; 2) 1:8 000 000. **1540.** 5) $-0,7$; 6) $\frac{1}{3}$. **1545.** 5) $-0,28$; 6) $-1,1$. **1546.** 1) 1,5; 2) 4; 3) 5; 4) 3. **1554.** 1) 18,5; 2) -11 ; 3) 1; 4) 26. **1556.** 5) 20%. **1560.** 1) 1; 2) 5; 3) 10; 4) 3. **1561.** 12 см. **1562.** 40 км. **1564.** 25 қалта; 50 кг. **1566.** 4) 2,5; 5) -3 ; 2,5; 6) $-0,2$; 1. **1567.** 1) -3 ; 3. **1571.** 4) $x > -3$; 5) $x > 7$; 6) $x > -23$. **1572.** 2) $-11 \leq x \leq 9$; 4) $-13 \leq x \leq 9$. **1577.** (6; 0). **1578.** $C(4; -1)$; $D(-2; -1)$. **1590.** 1) 2; 5; 2) -1 ; 3; 3) 3; -2 .

Пәндік атау көрсеткіші

| | |
|--|---------------------------------------|
| А | Мәндес теңсіздіктер — 52 |
| Абсциссалар осі — 93 | |
| Айнымалы шамалар — 148 | Н |
| Ашық сәуле — 42 | Нүктенің координаталары — 93 |
| Б | О |
| Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеу — 8 | Ординаталар осі — 93 |
| Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік — 52 | Осьтік симметрия — 100 |
| Бірнеше санның арифметикалық ортасы — 127 | Орташа жылдамдық — 128 |
| В | Ө |
| Векторлық шама — 121 | Өзгеру құлашы — 133 |
| Вертикаль бұрыштар — 77 | П |
| Г | Параллель түзулер — 80 |
| Геометриялық денелер — 115 | Перпендикуляр түзулер — 80 |
| Е | Пирамида — 115 |
| Егін өнімі — 130 | С |
| Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу — 178 | Сан аралықтары — 41 |
| Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйелері — 189 | Сан аралықтарының бірігуі — 46 |
| Ж | Сан аралықтарының қиылысуы — 46 |
| Жазықтық — 76 | Санды теңдік — 3 |
| Жартылай интервал — 42 | Санды теңсіздіктер — 26 |
| К | Сандар қатарының медианасы — 133 |
| Комбинаторика — 127 | Сандар қатарының модасы — 133 |
| Конус — 115 | Симметрия — 100 |
| Координаталық жазықтық — 76 | Симметрия осі — 102 |
| Қ | Симметрия центрі — 108 |
| Қиылысатын түзулер — 76 | Скаляр шамалар — 121 |
| М | Статистика — 127 |
| Мәндес теңдеулер — 8 | Т |
| | Тік бұрышты координаталар жүйесі — 92 |
| | Тура пропорционалдық — 170 |
| | Ц |
| | Центрлік симметрия — 107 |
| | Цилиндр — 115 |

МАЗМҰНЫ

| | |
|--|-----|
| IV тарау. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер. | |
| 4.1. Санды теңдіктер. Тура санды теңдіктердің қасиеттері | 3 |
| 4.2. Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер. | |
| Мәндес теңдеулер | 8 |
| Сызықтық теңдеулер құруға және оның түбірін табуға арналған өзіндік жұмыстар | 18 |
| 4.3. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер | 19 |
| IV тарауды қайталауға арналған жаттығулар | 24 |
| V тарау. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер | |
| 5.1. Санды теңсіздіктер | 26 |
| 5.2. Санды теңсіздіктердің қасиеттері | 33 |
| 5.3. Сан аралықтары | 41 |
| 5.4. Сан аралықтарының бірігуі мен қиылысуы | 46 |
| 5.5. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздік. Мәндес теңсіздіктер. Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу | 52 |
| 5.6 Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешу | 60 |
| 5.7. Айнымалысы модуль таңбасының ішінде берілген бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктерді шешу | 67 |
| V тарауды қайталауға арналған жаттығулар | 73 |
| VI тарау. Координаталық жазықтық | |
| 6.1. Жазықтық. Қиылысатын түзулер | 76 |
| 6.2. Перпендикуляр түзулер. Параллель кесінділер | 80 |
| 6.3. Параллель түзулер. Параллель кесінділер | 86 |
| 6.4. Тік бұрышты координаталар жүйесі. Координаталық жазықтық | 92 |
| 6.5. Осьтік симметрия | 100 |
| 6.6. Центрлік симметрия | 107 |
| VI тарауды қайталауға арналған жаттығулар | 113 |
| VII тарау. Кеңістіктегі фигуралар | |
| 7.1. Фигуралардың кеңістікте орналасуы. Кеңістік фигураларын кескіндеу. Көрінбейтін сызықтар | 115 |
| 7.2. Вектор ұғымы | 121 |
| VII тарауды қайталауға арналған жаттығулар | 125 |
| VIII тарау. Статистика. Комбинаторика | |
| 8.1. Бірнеше санның арифметикалық ортасы | 127 |
| 8.2. Берілген сандар қатарының өзгеру құлашы, | |
| 222 | |

| | |
|--|-----|
| медианасы, модасы | 133 |
| 8.3. Іріктеу тәсілі арқылы комбинаторикалық есептерді шығару | 141 |
| VIII тарауды қайталауға арналған жаттығулар | 146 |

IX тарау. Шамалар арасындағы тәуелділіктер.

| | |
|---|-----|
| 9.1. Шамалар арасындағы тәуелділіктер. Шамалар арасындағы тәуелділіктердің формуламен берілуі | 148 |
| 9.2. Шамалар арасындағы тәуелділіктердің кестемен берілуі | 152 |
| Декарттық айнымалы шамалар туралы | 156 |
| 9.3. Шамалар арасындағы тәуелділіктің графикпен кескінделуі | 157 |
| 9.4. Нақты процестердің графиктерін пайдаланып шамалар арасындағы тәуелділіктерді зерттеу | 164 |
| 9.5. Тура пропорционалдық және оның графигі | 170 |
| IX тарауды қайталауға арналған жаттығулар | 184 |

X тарау. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер және олардың жүйелері

| | |
|--|-----|
| 10.1. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу | 178 |
| 10.2. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеудің графигі (қосымша оқу үшін)..... | 184 |
| 10.3. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер және олардың жүйелері | 189 |
| 10.4. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешу | 193 |
| 10.5. Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қосу тәсілімен шешу | 201 |

| | |
|--|-----|
| I. 5-сынып тақырыптарын қайталауға арналған жаттығулар. | 209 |
| II. 6-сынып тақырыптарын жылдық қайталауға арналған жаттығулар. Қатынастар және пропорциялар | 212 |
| Рационал сандар | 213 |
| Рационал сандарға амалдар қолдану | 213 |
| Алгебралық өрнектер | 215 |
| Бір айнымалысы бар сызықтық теңдеулер | 216 |
| Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер және олардың жүйелері | 217 |
| Координаталық жазықтық | 218 |
| Статистика. Комбинаторика | 219 |
| Екі айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер және олардың жүйелері | 220 |
| Пәндік атау көрсеткіші | 221 |

Оқу басылымы
Алдамуратова Тұрсынкүл Алдамұратқызы
Байшоланова Қарлығаш Советқызы
Байшоланов Еркін Советұлы
МАТЕМАТИКА

Екі бөлімді
2-бөлім

Жалпы білім беретін мектептің 6-сыныбына арналған оқулық

Редакторы *Г. Ғалиева*
Көркемдеуші редакторы *А. Қапсаланова*
Техникалық редакторы *Ұ. Рысалиева*
Корректоры *Е. Амангелді*

ИБ № 066

Теруге 20.01.2018 берілді. Басуға 14.05.2018 қол қойылды. Пішімі 70x90^{1/16}. Офсеттік қағаз. Офсеттік басылыс.
Шартты баспа табағы 16,38. Есептік баспа табағы 11,13. Таралымы 50000 дана. Тапсырыс №3417.

«Атамұра» корпорациясы» ЖШС, 050000, Алматы қаласы, Абылай хан даңғылы, 75.

Қазақстан Республикасы, «Атамұра» корпорациясы» ЖШС-нің Полиграфкомбинаты.
050002, Алматы қаласы, М. Мақатаев көшесі, 41.

